ΝΙΚ. ΒΑΓΙΑ
Δημοδιδασκάλου

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΓΙΑ ΤΗΝ Ε΄. ΚΑΙ ΣΤ΄. ΤΑΞΗ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΕΠΙΣΗΜΟ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΠΕΤΡΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
ΠΕΣΜΑΖΟΓΛΟΥ 9 ΚΑΙ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ — ΑΘΗΝΑΙ
1939

Τύποις : Παναγιωτίδη - Πύλου, Ζωοδ. Πηγῆς 15, Ἀθῆναι

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κύβος

Τὸ σῶμα αὐτὸ τὸ βλέπομε, τὸ πιάνομε καὶ ἀπάνω στὸ θρανίο ἢ τὸ τραπέζι βλέπομε πὼς πιάνει κάποιο τόπο.

Τὸ ἴδιο μιὰ πέτρα, ἕνα βιβλίο, ἕνα κουτί, ἕνα μῆλο, ἕνα καλαμάρι.

Τὰ σώματα αὐτὰ ποὺ βλέπομε, πιάνομε καὶ πιάνουν κἄποιο τόπο, τὰ λέμε ***στερεὰ σώματα***.

Ὁ κύβος λοιπὸν εἶναι ἕνα στερεὸ σῶμα.

Ἔχουμε σώματα 1) στερεά, ὑγρὰ καὶ ἀέρια. 2) Κανονικά, ὅπως τὸ βιβλίο, τὸ μολύβι, τὸ θρανίο. 3) Ἀκανόνιστα, ὅπως ἡ πέτρα, τὸ δένδρο.

Προσέχουμε τὸν κύβο. Ὅλο τὸ ἀπ' ἔξω μέρος ποὺ βλέπομε εἶναι ἡ ***ἐπιφάνεια*** τοῦ κύβου.

Καὶ βλέπομε 6 ὅμοιες ἐπιφάνειες. Κάθε μία λέγεται ***ἕδρα.***

Ὥστε ὁ κύβος ἔχει 6 ἕδρες :

Καὶ ὅλες οἱ ἕδρες εἶναι ἀκριβῶς ἴσες ἡ μιὰ μὲ τὴν ἄλλη.

Γι' αὐτὸ ὁ κύβος εἶναι στερεὸ-κανονικὸ σῶμα. Ἡ γραμμὴ ποὺ χωρίζει τὴ μιὰ ἕδρα ἀπὸ τὴν ἄλλη λέγεται ***ἀκμή***.

Ὁ κύβος λοιπὸν ἔχει 12 ἀκμές.

Τώρα βλέπομε πὼς σ' ἕνα σημεῖο συναντῶνται τρεῖς ἕδρες. Τὸ σημεῖο αὐτὸ λέγεται ***κορυφή***.

Ὁ κύβος ἔχει 8 κορυφές.

Προσέχουμε τώρα τίς ἕδρες καὶ τὶς ἀκμές.

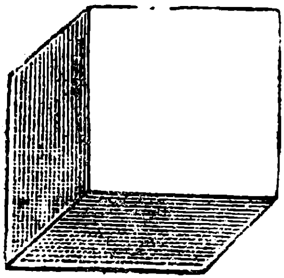
Αὐτὲς ποὺ κατεβαίνουν ἀπὸ πάνω, κάτω, λέγονται ***κατακόρυφοι.***

Αὐτὲς ποὺ εἶναι ἴσες στὸ ἀπάνω μέρος καὶ στὸ κάτω (ὅπως κρατᾶμε τὸν κύβο), λέγονται ***ὁριζόντιαι.*** Αὐτὲς ποὺ εἶναι ἡ μιὰ ἀπέναντι στὴν ἄλλη, λέγονται ***παράλληλοι.***

Οἱ παράλληλες ἕδρες καὶ ἀκμὲς—ὅσο καὶ ἂν τὶς μεγαλώσουμε—δὲν συναντῶνται ποτέ.

Κάθε ἕδρα τοῦ κύβου κλείνεται μὲ 4 γραμμές. Ἂν τὶς μετρήσουμε, θὰ δοῦμε πὼς οἱ γραμμὲς αὐτὲς εἶναι ἀκριβῶς ὅλες ἴσες, ἡ μιὰ μὲ τὴν ἄλλη.

Κάθε ἕδρα εἶναι ἕνα ***τετράγωνο.*** Οἱ 4 γραμμὲς μαζὶ ποὺ τὸ κλείνουν λέγονται ***περίμετρος.***



Κύβος, Σχ. 1

Γραμμὲς ἔχομε, τὴν ***εὐθεῖα,*** τὴν ***καμπύλη,*** τὴν ***τεθλασμένη.***

Εὐθεῖα γραμμὴ εἶναι οἱ γραμμὲς τοῦ κύβου ἢ μιὰ τεντωμένη κλωστή.

Καμπύλη = ποὺ σὲ κανένα της μέρος δὲν εἶναι εὐθεῖα. Ἡ γραμμὴ ποὺ βλέπουμε, ἅμα κόψουμε ἕνα μῆλο, οἱ γραμμὲς ποὺ γράφουμε ἅμα ἰχνογραφοῦμε ἕνα λουλοῦδι, ἕνα ζῷο.

Τεθλασμένη= γίνεται ἀπὸ πολλὲς εὐθεῖες, χωρὶς νὰ εἶναι μιὰ ὅλη εὐθεῖα.

Τὶς γραμμὲς τὶς ὀνομάζομε μὲ γράμματα.

Καμπύλη, Σχ. 2

Λέμε ἡ γραμμὴ ο-ε-α-η.

Καὶ στὰ σχήματα λέμε τὸ σχῆμα α—ο—ε—η εἶναι τετράγωνο.

Τεθλασμένη, Σχ. 3

Ἐφαρμογὴ

1) Ὅμοια σώματα μὲ τὸν κύβο εἶναι:

2) Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τραπεζιοῦ, τοῦ θρανίου, τοῦ πίνακος τοῦ τοίχου;

3) Ἀκμὲς μέσα στὴν αἴθουσα βλέπομε ποῦ;

4) Κορυφὲς ποῦ; πόσες;

5) Ποιοὶ τοῖχοι τῆς αἰθούσης εἶναι κατακόρυφοι, ποιοὶ ὁριζόντιοι, ποιοὶ παράλληλοι;

6) Ἀλλοῦ ποῦ βλέπομε κατακόρυφα, ὁριζόντια, παράλληλα;

7) Γιατὶ οἱ τοῖχοι αὐτοὶ εἶναι παράλληλοι;

8) Ἔχει τετράγωνα ἡ αἴθουσα;

9) Ποῦ βλέπουμε γραμμὲς εὐθεῖες; καμπύλες; τεθλασμένες;

10) Αὐτὴ ἡ κορυφογραμμὴ ποὺ φαίνεται ἀπ' τὸ παραθυρό μας μας εἶναι γραμμή;

11) Τὸ δένδρο αὐτὸ τὶ γραμμὲς ἔχει;

Γωνίαι.

Βλέπομε τὸν κύβο. Τὸ μέρος τοὺ συναντῶνται δύο ἕδρες εἶναι γωνία καὶ λέγεται ***δίεδρος.***

Πόσες δίεδροι γωνίες εἶναι;

Τό μέρος ποῦ συναντῶνται τρεῖς ἕδρες, λέγεται ***στερεὰ*** γωνία.

Πόσες στερεὲς γωνίες ἔχει ὁ κύβος;

Γράφομε ἕνα τετράγωνο στὸν πίνακα. Πόσες γωνίες ἔχει;

Κάθε γωνία σχηματίζεται ἀπὸ δύο γραμμές. Καὶ βλέπομε πὼς ἡ μιὰ γραμμὴ εἶναι κάθετος στὴν ἄλλη. Ἡ γωνία αὐτὴ λέγεται ***ὀρθή.***

Ὥστε τὸ τετράγωνο ἔχει γωνίες ὀρθές, πόσες;

Καὶ ὅλες ἀναμεταξύ των θὰ εἶναι ἴσες;

Ὥστε τετράγωνο εἶναι τὸ σχῆμα ποὺ ἔχει 4 πλευρὲς ἴσες καὶ 4 γωνίες ὀρθές.

Ὅλος ὁ κύβος ἔχει πόσες ὀρθές;

Τὸ σημεῖο ποὺ συναντῶνται οἱ δύο γραμμὲς λέγεται ***κορυφὴ*** τῆς γωνίας καὶ οἱ γραμμὲς λέγονται ***πλευρὲς*** τῆς γωνίας.

Κάθε γωνία τὴν διαβάζουμε μὲ τρία γράμματα· τὸ γράμμα τῆς κορυφῆς τὸ διαβάζουμε πάντα δεύτερο, π.χ. διαβάζουμε ΑΓΔ ἢ ΔΓΑ.

Ἡ γωνία ποὺ ἔχει μικρότερο ἄνοιγμα τῆς ὀρθῆς, λέγεται ***ὀξεῖα.***

Ἡ γωνία ποὺ ἔχει μεγαλύτερο ἄνοιγμα λέγεται ***ἀμβλεῖα.***

Ἐφαρμογὴ

1) Ἐδῶ μέσα στὴν αἴθουσα ποῦ βλέπουμε δίεδρες γωνίες; ποῦ στερεές; πόσες στερεὲς βλέπουμε;

2) Ὀρθὲς γωνίες ποῦ βλέπουμε; ὀξεῖες; ἀμβλεῖες;

3) Ὁ πίνακας πόσες στερεὲς γωνίες ἔχει; τὸ τραπέζι, ἡ βιβλιοθήκη;

4) Ὅταν τὸ ρολόϊ δείχνει 9 π. μ. ἀκριβῶς, οἱ δεῖκτες τί γωνίαν σχηματίζουν; ἅμα δείχνει 2; ἅμα 5 μ. μ.;

Μέτρα μήκους

Μὲ τὴ ρήγα, ὑποδεκάμετρο μετρῶ ἀπὸ ἕνα σημεῖο στὸ ἄλλο στὸ τετράδιο καὶ μπορῶ νὰ χαράξω εὐθεῖα.

Γιὰ μεγαλύτερες ἀποστάσεις ἔχουμε τὸ μέτρο καὶ γιὰ μεγάλες ἀποστάσεις τὴν ***ταινία.***

Γιὰ πολυ μεγάλες ἀποστάσεις, ὅπως οἱ δρόμοι, οἱ σιδηρόδρομοι, ἔχουμε τὸ ***χιλιόμετρο*** ποὺ λέγεται καὶ ***στάδιο*** (1000μ.).

Ὁ ἄνθρωπος μὲ τακτικὸ βῆμα βαδίζει ἕνα χιλιόμετρο σ' ἕνα τέταρτο τῆς ὥρας. Δηλαδὴ 4 χιλιόμ. τὴν ὥρα.

Μέτρα ἐπιφανείας

Ὅταν θέλομε νὰ βροῦμε πόσο μεγάλη ἐπιφάνεια ἔχει τὸ πάτωμα τῆς αἰθούσης μας ἢ ἕνα οἰκόπεδο, ἢ ἕνας κῆπος, ἕνα ἀμπέλι, λέμε ὅτι θὰ βροῦμε τὸ ***ἐμβαδὸν*** τοῦ οἰκοπέδου ἢ τοῦ κήπου κ.λ.π.

Γιὰ μερικὲς ἐπιφάνειες ἔχουμε τὸ ***τετραγωνικὸ μέτρο***, δηλαδὴ τὸ τεγράγωνο ποὺ κάθε του πλευρὰ εἶναι ἕνα μέτρο.

Γιὰ μεγαλύτερες ἐπιφάνειες (λειβάδια, δάση), ἔχουμε τὸ ***στρέμμα*** ποὺ εἶναι 1.000 τ.μ.

Γιὰ πόλεις καὶ χῶρες οἱ τοπογράφοι ἔχουν τὸ ***τετραγωνικὸ χιλιόμετρο***, δηλαδὴ τετράγωνο μὲ πλευρὰ 1.000 μέτρα.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου, μετροῦμε τὴν μίαν μόνον πλευρὰ καὶ τὴν πολλαπλασιάζομε μὲ τὸν ἑαυτόν της.

Δηλαδή : Μία τετράγωνη αὐλὴ ἔχει πλευρὰ 9 μέτρα· τὸ ἐμβαδόν της εἶναι $9 \times 9 = 81$ τετρ. μέτρα (ποὺ τὸ διαβάζουμε 81 τετραγωνικὰ μέτρα.

Ἐφαρμογὴ

1) Ἕνας ἄνθρωπος γιὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ ἕνα μέρος εἰς ἄλλο ἐβάδισε 6 1)2 ὧρες. Πόσα χιλιόμετρα ἐβάδισε;

2) Ἕνα δάσος ἔχει ἔκτασι 35,250 τ. μ. Πόσα στρέμματα εἶναι;

3) Γιατί, γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου, φθάνει νά μετρήσωμε μόνο μιὰ πλευρά;

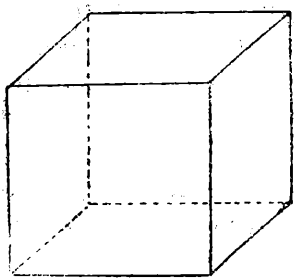
4) Ἕνας εἶχε ἕνα τετραγωνικὸ οἰκόπεδο μὲ πλευρὰ 32 μέτρα. Τὸ ἐπώλησε πρὸς 245 δρχ. τὸ τ. μ. καὶ τὰ χρήματα τὰ ἐμοίρασε εἰς τὰ 4 κορίτσια του. Κάθε κορίτσι πόσα ἔλαβε;

Ὄγκος

Ὄγκος κάθε σώματος λέγεται τὸ μέγεθός του, ὁ χῶρος ποὺ πιάνει τὸ σῶμα.

Χωρητικότης λέγεται τὸ ποσὸν τοῦ ἀπεσταγμένου νεροῦ ποὺ ἠμπορεῖ νὰ χωρέσῃ ἕνα δοχεῖο.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τῶν σωμάτων, ἔχομε βάση τὸ ***κυβικὸ μέτρο***, δηλαδὴ ἕνα κύβο, ποὺ κάθε ἀκμή του εἶναι 1 μέτρο.



Κυβικὸ μέτρο

Κάθε στερεὸ σῶμα ἔχει μῆκος, πλάτος καὶ ὕψος.

Αὐτὲς οἱ τρεῖς διαστάσεις εἰς τὸν κύβο εἶναι ἴσες. Ὥστε γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο του, δὲν ἔχουμε παρὰ νὰ μετρήσωμε μόνο τὴ μία καὶ νὰ τὴν πολλαπλασιάσωμε ἐπὶ τὸν ἑαυτό της καὶ τὸ γινόμενο πάλι ἐπὶ τὸν ἑαυτό της. Δηλαδὴ ἂν ἕνας κυβικὸς σωρὸς ἀπὸ πέτρες ἔχει πλάτος 6 μέτρα, τὸ ἐμβαδόν του θὰ εἶναι $6 \times 6 \times 6 = 216$ κυβικὰ μέτρα.

Αὐτὸ τὸ $6 \times 6 \times 6$ λέγεται καὶ ***κύβος τοῦ*** 6 καὶ γράφεται ἔτσι $= 6^3$.

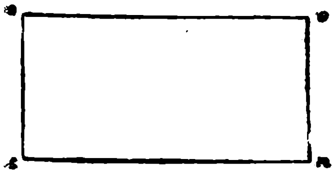
Ὥστε $9^3 = 729$, $4^3 = 64$.

Ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο

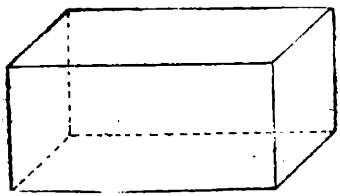
Εἶναι κι' αὐτὸ ἕνα στερεό, γεωμετρικὸ σῶμα. Τὸ παραβάλλομε μὲ τὸν κύβο καὶ βλέπομε πὼς κι' αὐτὸ ἔχει 6 ἕδρες, 12 ἀκμές, 8 κορυφές, 8 στερεὲς γωνίες ὀρθές. Ἀλλὰ βλέπομε καὶ διαφορές.

Οἱ ἕδρες τους δὲν εἶναι ὅλες ἴσες ἀναμεταξύ των, ὅπως εἰς τόν...

Ἔχει τὶς 4 ἕδρες παραλλήλους ἀνὰ δύο καθέτους καὶ οἱ βάσεις τους ἄνω καὶ κάτω-μόνο μεταξύ τους εἶναι ἴσες καὶ παράλληλοι.



Ὀρθογώνιο



Ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο

Σχεδιάζω μιὰ ἕδρα του στὸν πίνακα.

Ἡ ἕδρα του δίνει τὸ σχῆμα α ο η ε α

Ἔχει κι' αὐτὸ 4 πλευρές, ὅπως ;...

Ἔχει κι' αὐτὸ 4 γωνίες. Τὶ γωνίες εἶναι ; Γιατί ;

Οἱ πλευρές του ὅμως δὲν εἶναι ὅλες ἴσες, ὅπως ;

Ἡ αο εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν αε.

Εἶναι λοιπὸν ἕνα μακρουλὸ τετράπλευρο ποὺ τὸ λέμε *ὀρθογώνιο.*

Βάσι του πέρνουμε τὴν μεγαλύτερη εη καὶ ὕψος τὴν ηο.

Ἐμβαδὸν ὀρθογωνίου

Ἄς ὑποθέσουμε πὼς τὸ ὀρθογώνιο ποὖναι στὸν πίνακα εἶναι οἰκόπεδο καὶ θέλουμε νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδόν του.

Μετρᾶμε τὴ βάση εη καὶ βρίσκουμε πὼς εἶναι 38 μ. Μετρᾶμε τὸ ὕψος ηο καὶ βρίσκουμε 12 μ.

Πολλαπλασιάζομε 38Χ12=456 τ. μ.

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ οἰκοπέδου αὐτοῦ εἶναι 456 τ. μ.

Ὥστε, ***γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου πολλαπλασιάζομε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος.***

Μία μικρὴ ἐπανάληψη ὡς ἐδῶ.

1) Ποιὸ στερεὸ ἐξετάσαμε σήμερα ;

2) Πόσες ἕδρες, ἀκμές, κορυφὲς ἔχει ;

3) Πόσες στερεὲς γωνίες ; δεῖξε τις.

4) Οἱ ἕδρες τοῦ ὀρθογων. παραλληλ. τί σχῆμα ἔχουν ;

5) Καὶ πῶς τὸ ὠνομάσαμε ;

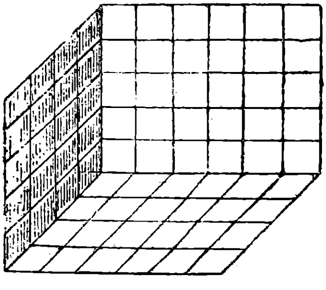
6) Τὶ λέγονται παράλληλες γραμμές ;

7) Ἔχει γωνίες τὸ ὀρθογώνιο ; πόσες ; τὶ γωνίες εἶναι ; Γιατί ;

8) Ἕνα ὀρθογώνιο ἀμπέλι ἔχει βάση 17 μ. καὶ ὕψος 5. Τὶ ἐμβαδὸν ἔχει ;

Καὶ ἂν πουληθῇ πρὸς 145 δρχ. τὸ τ.μ. ποιὰ ἡ ἀξία του ;

Ὅταν γνωρίζομε τὸ ἐμβαδὸν μιᾶς ἕδρας ἑνὸς ὀρθογ. παραλληλεπιπέδου, γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας του, προσθέτουμε τὰ ἐμβαδὰ τῶν 6 ἑδρῶν του.



Ὄγκος τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου

Τοῦ ὀρθογωνίου αὐτοῦ παραλληλεπιπέδου θέλουμε νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο.

Μετροῦμε τὸ πλάτος τῆς βάσεως αε καὶ βρίσκουμε 5 μ. —μετροῦμε τὸ μῆκος εο καὶ βρίσκουμε 6 μ.—μετροῦμε καὶ τὸ ὕψος οη καὶ βρίσκουμε 3 μ.—Πολλαπλασιάζομε τὶς τρεῖς διαστάσεις—πλάτος καὶ ὕψος—5×6×3=90 καί ἔχομε τὸν ὄγκο του ποὺ εἶναι 90 κυβικὰ μέτρα.

Ἐφαρμογὴ

1) Ὀρθογώνιο σχῆμα ἔχουν τὰ βιβλία, τὰ τετράδια, κόλες χαρακωμένο χαρτί, αἱ πλάκες, οἱ μαυροπίνακες ἡ ἐπιφάνεια τοῦ θρανίου, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τραπεζιοῦ, τὸ πάτωμα ἡ ὀροφή, ἡ αὐλή, ὁ διάδρομος, οἱ τοῖχοι, οἱ θύρες, τὰ παράθυρα κ.λ.π.

2) Σὰν ὀρθογώνιο παραλληλεπίπεδο εἶναι τὰ κουτιὰ τῶν σπίρτων, ἄλλα κουτιά, μιὰ πλάκα σαποῦνι, ἕνα βιβλίο, ἕνα τοῦβλο, τὰ σπίτια, οἱ τοῖχοι, οἱ κασέλες. Εἶναι ὡραῖο σχῆμα καὶ εὐκολοκατασκευάζεται καὶ γι' αὐτὸ τὰ περισσότερα πράγματα κατασκευάζονται σὰν ὀρθογώνια παραλληλεπίπεδα.

3) Θὰ μετρήσουμε τὴν αὐλὴ τοῦ σχολείου γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδόν της. Ἔχει σχῆμα ὀρθογώνιο.

4) Χθὲς ἐπαίζαμε στὸ μικρὸ ἐκεῖνο καὶ καταπράσινο χωραφάκι. Εἶχε σχῆμα ὀρθογώνιο. Εὑρήκαμε τὸ ἐμβαδόν του. Εὑρήκαμε ἔπειτα πόσα δένδρα ἠμποροῦμε νὰ φυτεύσωμε, ἂν τὸ κάθε δένδρο θἀπέχῃ τοῦ ἄλλου 1,50 μ.

5) Εὑρήκαμε παρακάτω ἕνα σωρὸ πέτρες. Τοὺς δώσαμε σχῆμα ὀρθογ, παραλληλεπιπέδου καὶ εὑρήκαμε πόσα κυβ. μέτρα εἶναι. Εὑρήκαμε δηλαδὴ τὸν ὄγκο τους.

Ἡ αἴθουσα τοῦ σχολείου μας ἔχει πλάτος 6 μ., μῆκος 9 καὶ ὕψος 7 μ.

Θὰ βροῦμε πόσα κυβ. μέτρα ἀέρος χωρεῖ.

Παραβολὴ κύβου καὶ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

Κατὰ τί μοιάζουν.

Καὶ τὰ δυὸ εἶναι σώματα στερεά. Καὶ τὰ δυὸ ἔχουν ἕδρες, ἀκμές, κορυφές, γωνίες στερεές.

Καὶ τῶν δύο τὸν ὄγκο βρίσκομε, ἂν πολλαπλασιάσουμε τις τρεῖς διαστάσεις, μὲ τὴν διαφορὰ ποὺ στὸν κύβο εἶναι ἴσες.

Κατὰ τὶ δὲ μοιάζουν.

Στὸν κύβο ὅλες οἱ ἕδρες εἶναι τετράγωνα, εἰς τὸ ὀρθογ.πα ραλληλεπίπεδο 2 εἶναι τετράγωνα καὶ 4 ὀρθογώνια.

Γιὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου φθάνει νὰ μετρήσουμε μόνο τὴ μία πλευρὰ (γιατί;) Γιὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου πρέπει νὰ μετρήσωμε δυὸ πλευρές.

Γιὰ τὸν ὄγκο τοῦ κύβου μᾶς ἀρκεῖ μόνο μιὰ διάσταση (γιατί;), γιὰ τὸν ὄγκο τοῦ παραλληλεπιπέδου πρέπει νὰ μετρήσωμε πλάτος, μῆκος καὶ ὕψος.

Πολὺ περισσότερα ἀντικείμενα μοιάζουν μὲ ὄρθογ. παραλληλεπίπεδο παρὰ μὲ κύβο.

Εἰς τὸ τετράδιο Γεωμετρίας νὰ σχεδιάσετε ὀρθογώνια καὶ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδα.

Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι, σύρμα, πηλὸ ἢ ξύλο ὀρθ. παραλληλεπίπεδα.

Πλάγια παραλληλεπίπεδα

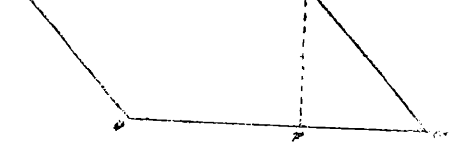
Παραλληλόγραμμα

Ἀπὸ ἕνα κουτὶ σπίρτα βγάζομε τὸ συρταράκι καὶ πιέζουμε τὴ θήκη ἀπὸ τὴ στενόμακρη πλευρά. Ἀμέσως ἔχουμε ἐμπρός μας ἕνα ***πλάγιο παραλληλεπίπεδο.***

Τὸ προσέχουμε. Ὅπως καὶ στὸν κύβο καὶ στὸ ὀρθογ. παραλληλεπίπεδο, ἡ ἐπιφάνειά του ἔχει 6 ἕδρες. Οἱ ἕδρες αὐτές εἶναι ἀνὰ δύο ἀπέναντι ἴσες.

Τί ἄλλο ἔχει; Ἔχει κι' αὐτὸ 12 ἀκμές, 8 κορυφὲς 8 στερεὲς γωνίες.

Τὸ σχῆμα ποὺ μᾶς δίνει ἡ μικρότερη στενὴ πλευρὰ τῆς θήκης εἶναι αὐτό



καὶ τό λέμε ***παραλληλόγραμμο.***

Βλέπουμε πὼς ἔχει δυὸ ἀμβλεῖες γωνίες καὶ δυὸ ὀξεῖες.

Ποιὲς εἶναι μεταξύ των ἴσαι ;

Βάσις τοῦ παραλληλογράμου εἶναι ἡ οω καὶ ὕψος τὸ κν.

Γιὰ νὰ βροῦμε τό ἐμβαδόν, μετρᾶμε τὴ βάση, μετρᾶμε τό ὕψος καὶ τὰ πολλαπλασιάζομε.

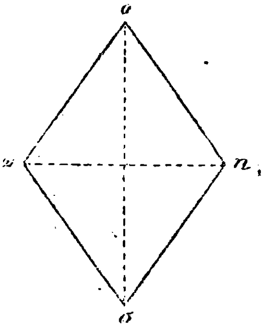
Σὲ ποιὸ ἄλλο σχῆμα ἐκάναμε τὸ ἴδιο ;

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν ὅλης τῆς ἐπιφανείας τοῦ πλαγίου παραλληλεπιπέδου, προσθέτουμε τὰ ἐμβαδὰ τῶν 6 ἑδρῶν του.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο ἑνὸς πλαγίου παραλληλεπιπέδου, ἐργαζόμεθα, ὅπως ὅταν θελήσαμε νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ ὀρθογ. παραλληλεπιπέδου.

Δηλαδή ;...

Ἔχομε καὶ ἄλλο παραλληλόγραμμο, τὸ σχῆμα αὐτὸ=



Τὸ προσέχουμε καὶ βλέπουμε πὼς αἱ δύο ἀπέναντι γωνίες εἶναι ὀξεῖαι καὶ οἱ ἄλλες ἀμβλεῖαι. Ὀρθὲς γωνίες δὲν ἔχει. Αἱ πλευραί του εἶναι ἴσαι Τὸ παραλληλόγραμμο ποὺ ἔχει καὶ τὶς 4 πλευρές του ἴσες λέγεται **ρόμβος**.

Αἱ γραμμαὶ ποὺ ἑνώνουν τὰς δυὸ ἀπέναντι κορυφὰς λέγονται **διαγώνιοι**.

Διαγώνιος εἶναι ἡ οσ, ὅπως καὶ ωη.

Ἐφαρμογή

1) Μέσα στὴν αἴθουσα βλέπομε παραλληλόγραμμα. Στὴν αὐλή ; στὴν ἐκκλησία ; Σ' ἕνα κῆπο ;

2) Σώματα σὰν τὸ πλάγιο παραλληλεπίπεδο, σὰν τὴ θήκην τῶν σπίρτων ποὺ πιέσαμε, εἴδαμε πουθενά ;

3) Σ' ἕνα μικρὸ κῆπο παραλληλόγραμμο πλάγιο, μὲ βάσι 12 μ. καὶ ὕψος 9, ὁ κηπουρὸς θέλει νὰ φυτέψη ἀπὸ μιὰ τριαν-

ταφυλλιὰ σὲ κάθε τ.μ. Πόσες τριανταφυλλιὲς θὰ φυτέψῃ ;

5) Εἴχαμε ἕνω πλάγιο παραλληλόγραμμο οἰκόπεδο μὲ βάση 52 μέτρα καὶ ὕψος 16.

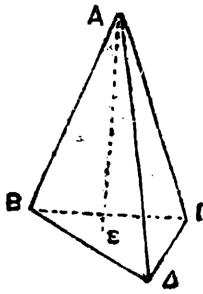
Μέσα σαὐτὸ ἐκτίσαμε μικρὸ σπιτάκι, ποὺ ἔπιασε 634 τ. μ. Πόσα τ. μ. ἔμειναν γιὰ κῆπο ;

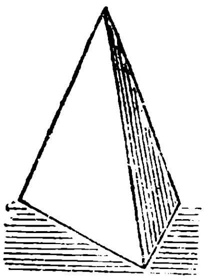
Εἰς τὸ τετράδιο γεωμετρίας σχεδιάσατε πλάγια παραλληλόγραμμα, ρόμβους καὶ πλάγια παραλληλεπίπεδα.

Κατασκευάσατε μὲ μαλακὸ κερί, στόκο, σύρμα, χαρτόνι ξύλο πλάγια παραλληλεπίπεδα.

Πυραμίδες

Τριγωνική





Εἶναι στερεὸ σῶμα. Τὸ προσέχομε καὶ βλέπομε πῶς ἔχει 4 ἕδρες, μιὰ ὁριζοντία καὶ 3 πλάγιες.

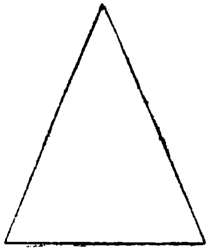
Ἡ κάτω ὁριζοντία εἶναι ἡ βάση, οἱ τρεῖς πλάγιες ἑνώνονται σὲ μιὰ κοινὴ κορυφὴ μυτερή, στερεά.

Ἔχει 6 δίεδρες γωνίες καὶ 4 στερεές

Ἡ εὐθεῖα Αε—ποὺ κατεβαίνει ἀπὸ τὴν κορυφὴ στὴ βάση—δείχνει τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος.

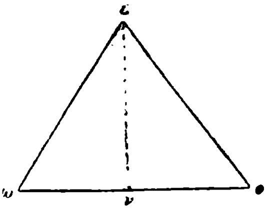
Αὐτὸ τὸ σχῆμα μᾶς δίνουν οἱ ἕδρες. Ἔχει τρεῖς πλευρὲς καὶ τρεῖς γωνίες καὶ λέγεται ***τρίγωνο.***

Καὶ ἡ βάση τῆς πυραμίδος αὐτῆς εἶναι τρίγωνο καὶ γι' αὐτὸ λέγεται ***τριγωνικὴ πυραμίς***.



Ἔχομε τρίγωνα ***ἰσόπλευρα***, ***ὀρθογώνια***, ***ἰσοσκελῆ*** καὶ ***σκαληνά***.

Ἰσόπλευρα εἶναι ὅσα ἔχουν 3 πλευρὰς ἴσας ὅπως

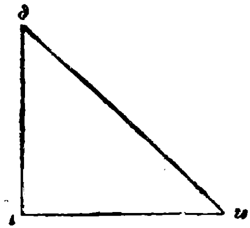


τὸ ω ε ο ω

Ὀρθογώνια ὅσα ἔχουν ***μιὰ γωνία ὀρθή***, ὅπως τὸ ι θ κ ι.

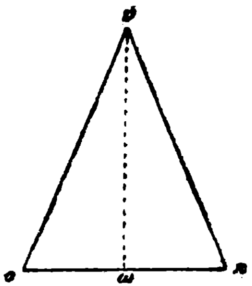
Εἰς αὐτὸ ἡ γωνία θ ι κ εἶναι ὀρθή. Ἡ πλευρὰ θ κ—ποὺ εἶναι ἀπέναντι τῆς ὀρθῆς λέγεται ***ὑποτείνουσα.***

Ἡ πλευρὰ θ ι εἶναι τὸ ὕψος.



Ὀρθὴ γωνία ἠμποροῦμε νὰ γράψουμε μὲ τὸν ***γνώμονα.*** Εἶναι ἕνα γεωμετρικὸ ἐργαλεῖο ἀπὸ λεπτὴ σανίδα καὶ βαθμολογημένο κατὰ ἑκατοστά.

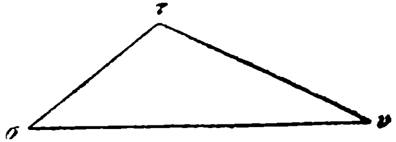
Ἰσοσκελῆ ὅσα ἔχουν τὰ δύο σκέλη ἴσα, ὅπως τὸ ο ν π ο.

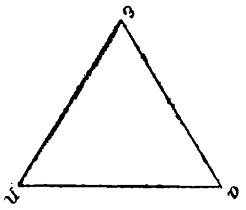


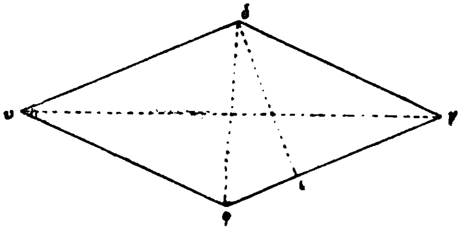
Βάση ἡ οπ, κορυφὴ τὸ ν καὶ ὕψος τοῦ τριγώνου νω.

Σκαληνὰ ὅσα δὲν ἔχουν καμιὰ πλευρὰ ἴση μὲ τὴν ἄλλη, ὅπως τὸ σ τ υ σ.

—Σύγκρισις τριγώνου καὶ παραλληλογράμμου, ποὺ ἔ- χει τὴν ἴδια βάση καὶ τὸ ἴδιο ὕψος :







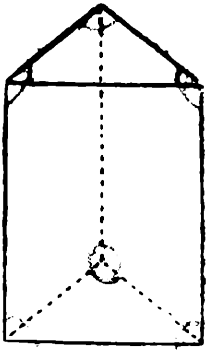
Ἔχομε τὸ τρίγωνο κεακ καὶ τὸ παραλληλόγραμμο υφγδυ. Τὰ συγκρίνομε.

Μετρᾶμε τὴ βάση τοῦ τριγώνου κα καὶ τὴ βάση τοῦ παραλληλογράμμου φγ καὶ βλέπομε πὼς εἶναι ἴσες.

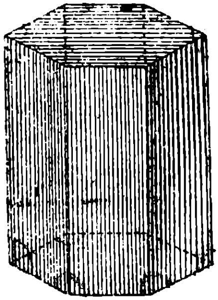
Ἴσο ἐπίσης καὶ τὸ ὕψος εν μὲ τὸ δι.

Ἂν εἰς τὸ παραλληλόγραμμο σύρουμε μία ***διαγώνιο***, ἢ τὴν δφ ἢ τὴν υγ, τὸ παραλληλόγραμμο χωρίζεται εἰς δύο ὅμοια τρίγωνα.

Πρίσματα



Σχῆμα Α′



Σχῆμα Β′

Βλέπομε τὰ δύο αὐτὰ στερεὰ σώματα.

Τὸ Α′ ἔχει δύο βάσεις τρίγωνα ἰσόπλευρα.

Ἔχει 3 ἕδρες στὰ πλάγια, ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα.

Ἔχει 6 κορυφές, 6 στερεὲς γωνίες καὶ 9 δίεδρες.

Τὸ Β′ ἔχει δύο βάσεις ἑξάγωνα, παράλληλα.

Ἔχει 6 ἕδρες στὰ πλάγια ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα.

Ἔχει 12 κορυφές, 8 στερεὲς γωνίες καὶ 18 δίεδρες.

Τὰ στερεὰ αὐτὰ ποὺ ἔχουν 2 ἕδρες ἴσες καὶ παράλληλες καὶ τὶς ἄλλες παραλληλόγραμμα λέγονται ***πρίσματα***.

Κάθε πρῖσμα παίρνει τὄνομά του ἀπὸ τὸ σχῆμα τῆς βάσεως.

Καὶ ἔτσι ἔχομε πρίσματα τριγωνικά, τετραγωνικά, ἑξαγωνικά.

Ποιὰ στενὴ σχέση ἔχουν μιὰ τριγωνικὴ πυραμὶς καὶ ἕνα τριγωνικὸ πρίσμα, ποὺ ἔχουν ἴδια βάση καὶ ἴδιο ὕψος ;

Ἐμβαδὸν Τριγώνου

Γιὰ νὰ βρῶ τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τριγώνου, πολλαπλασιάζω τὴ βάση μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ὕψους, π. χ. ἕνα τριγωνικὸ ἀμπέλι ἔχει βάση 10 μέτρα καὶ ὕψος 14. Τὶ ἐμβαδὸν ἔχει ;

Βάσις 10×7 (ἥμισυ ὕψους)=70 τ. μ.

Τὸ τριγωνικὸ ἀμπέλι ἔχει ἐμβαδὸν 70 τετραγ. μέτρα.

Ὄγκος Πυραμίδος

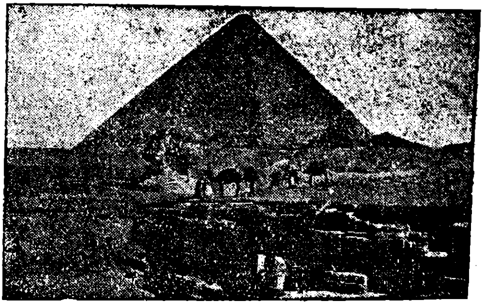
Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο μιᾶς πυραμίδος, βρίσκουμε πρῶτα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεώς της καὶ αὐτὸ τὸ πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ ἕνα τρίτο τοῦ ὕψους της.

Ὕψος πυραμίδος εἶναι ἡ γραμμὴ ποὺ ἔρχεται ἀπὸ τὴν κορυφὴ εἰς τὴν ἐπιφάνεια τῆς βάσεως.

Εἴδη πυραμίδων.

Τριγωνική πυραμίς, ὅταν ἔχει βάση τρίγωνο,
Τετραγωνική, ὅταν ἔχει βάση τετράγωνο.
Πενταγωνική, ὅταν ἔχει βάση μὲ 5 ἴσες πλευρές.
Ἑξαγωνική, ὅταν ἔχει βάση κανονικὸ ἑξάγωνο.
Πολυγωνική, ὅταν ἔχει βάση κανονικὸ πολύγωνο.

Ἐφαρμογὴ



Εἰς τὴν Αἴγυπτο, ὀλίγο κάτω ἀπὸ τὸν Νεῖλο ποταμὸ καὶ κοντὰ εἰς τὸ χωριὸ Γκίζα εὑρίσκονται αἱ τρεῖς μέγισται πυραμίδες, ἀρχαιότατα οἰκοδομήματα τῆς ἀνθρωπότητας.

Ἡ ψηλότερη εἶναι τοῦ βασιλέως Χέοπος.

Αὐτὴ ἄλλοτε εἶχε ὕψος 147 μέτρα, ἀλλὰ κατὰ καιροὺς κατέκλεψαν τὸ περικάλυμμά της—ποὺ ἦταν ἀπὸ στιλβωμένο γρανίτη—καὶ σήμερα ἔχει κορυφὴ ἀμβλεῖα μὲ ὕψος 136 μ.

Ὑπολογίζουν ὅτι αἱ πυραμίδες ἐκτίσθησαν 3.700 χρόνια π. Χ.

Εἰς τὰς πυραμίδας οἱ Αἰγύπτιοι ἔκλειναν βαλσαμωμένα τὰ σώματα τῶν βασιλέων των Φαραώ.

1) Τριγωνικὰ σχήματα ἔχουμε στὴν αἴθουσα ; ἀλλοῦ ;

2) Σχῆμα πυραμίδος βλέπουμε στὶς κορυφὲς μνημείων, σὲ ἀναμνηστικὲς στῆλες, σὲ πύργους, στὶς στέγες τῶν σπιτιῶν, σὲ κάγκελα, σὲ πασσάλους, σὲ σφῆνες, σὲ καρφιά.

3) Εἰς τὰ ἀθάνατα ἀρχαῖα μας μνημεῖα Παρθενών, Θησεῖον κλπ. βλέπομε τὸ σχῆμα ἰσοσκελοῦς ἀμβλυγωνίου τριγώνου. Εἶναι τὰ ***ἑλληνικὰ ἀετώματα***.

Σήμερον τέτια ἀετώματα κατασκευάζονται στὰ θέατρα, στὰ μέγαρα, ἐπάνω ἀπὸ παράθυρα κλπ.

4) Πόσων εἰδῶν τρίγωνα ἔχομε ;

5) Πῶς βρίσκουμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ;

6) Πυραμίδων πόδα εἴδη ἐμάθαμε ;

7) Τί εἶναι πρῖσμα ; Ποὺ βλέπετε συχνὰ πρίσματα (πολυέλαιοι ἐκκλησιῶν).

8) Κάθε πρῖσμα ἀπὸ ποῦ παίρνει τ' ὄνομά του :

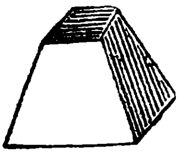
9) Ἕνας ἀγρὸς ἔχει σχῆμα τριγώνου ὀρθογωνίου. Ἡ μιὰ κάθετος πλευρά του εἶναι 400 μ. καὶ ἡ ἄλλη 524. Τί ἐμβαδὸν ἔχει !

Εἰς τὸ τετράδιο σχεδιάσατε ὅλα τὰ εἴδη τῶν τριγώνων καὶ πυραμίδων καὶ πρισμάτων.

Κατασκευάσατε ἀπὸ χαρτόνι, πηλό, ξύλο, σύρμα, κερὶ διαφόρους πυραμίδας καὶ πρίσματα.

Τετραγωνικὴ πυραμὶς κόλουρος (κολοβή).

Ἔχω μιὰ τετραγωνικὴ πυραμίδα. Κόβω τὸ ἐπάνω μέρος παράλληλα πρὸς τὴ βάση καὶ ἔχω μιὰ ***τετραγωνικὴ κόλουρο πυραμίδα***, ὅπως τὸ σχ. Δ.



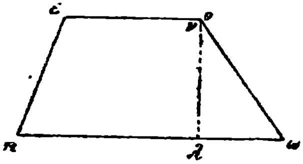
Σχ. Δ.

Τὴν προσέχω καὶ βλέπω ὅτι ἡ ἐπιφάνειά της εἶναι ἀνώμαλη. Αἱ 2 βάσεις της δὲν εἶναι ἴσιες, ἡ ἐπάνω μικρότερη ἀπὸ τὴν κάτω.

Αἱ 4 ἄλλες ἕδρες της δὲν εἶναι παράλληλες, ἀλλὰ γυρτὲς πρὸς τὰ μέσα ***(κεκλιμέναι).***

Ἔχει 6 ἕδρες, 12 ἀκμὲς καὶ 8 στερεὲς γωνίες.

Προσέχω μιὰ πλάγια ἕδρα (σχῆμα Ε).



E

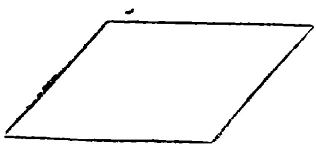
Σχ. Ε.

Ἡ ἐπάνω βάσις εο εἶναι μικρότερη τῆς κάτω ηω. Μεταξὺ τους ὅμως εἶναι παράλληλοι.

Αἱ ἄλλαι δύο πλευραὶ εη καὶ οω εἶναι κεκλιμέναι.

Προσέχω πῶς ἔχει δύο ὀξεῖες γωνίες (ποιές ;) καὶ δύο ἀμβλεῖες (ποιές ;)

Τὸ σχῆμα αὐτὸ λέγεται ***τραπέζιο (σχ. Ε.)***.



Z

Σχ. Ζ.

Συγκρίνομε τὸ τραπέζιο Ε μὲ τὸ παραλληλόγραμμο Ζ.

Εἰς τί μοιάζουν καὶ εἰς τί δὲν μοιάζουν ;

Ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου

Μετρῶ τὴν μεγαλύτερη βάση, ἔπειτα τὴν μικρότερη. Προσθέτω τὰ δυὸ ποσὰ καὶ παίρνω τὸ μισό. Τὸ μισὸ αὐτὸ τὸ πολλαπλασιάζω μὲ τὸ ὕψος καὶ ἔχω τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου.

—Ἕνα οἰκόπεδο μικρὸ μὲ σχῆμα τραπεζίου ἔχει μεγάλη βάση 65 μ. καὶ μικρὴ 35 μ.

Προσθέτω $65+35=100$.

Μετρῶ τὸ ὕψος, εἶναι 24 μέτρα.

Πολλαπλασιάζω τὸ $\frac{1}{2}$ τοῦ $100=50 \times 24=1200$ τετρ. μ.

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ οἰκοπέδου αὐτοῦ εἶναι 1200 τετραγ. μ.

Ἐφαρμογὴ

1) Βλέπομε μέσα στὴν αἴθουσα κανένα σχῆμα τραπεζίου ;

Στὴν πλατεῖα ;

2) Κατὰ τὶ διαφέρει ἕνα τραπέζιο ἀπὸ ἕνα παραλληλόγραμμο ;

3) Κατὰ τὶ μοιάζει ;

4) Πῶς γίνεται ἡ κόλουρος τετραγωνικὴ πυραμίς ;

5) Ποιὰ ἀντικείμενα μοιάζουν μὲ κόλουρο πυραμίδα; (καλάθια, κιβώτια, σκάφες, κοφίνια, ἀνθοδοχεῖα, δεξαμενές. Τὴν βλέπομε καὶ σὲ βάση πολλῶν στύλων, σὲ κτίρια, σὲ πύργους, σὲ μνημεῖα).

6) Ἕνας γεωργὸς ἔχει ἕνα καλὸ χωράφι μὲ σχῆμα τραπεζίου. Ἡ μεγάλη του βάση εἶνε 46 μ. καὶ ἡ μικρὴ 30 μ. Τὸ ὕψος του 28 μέτρα.

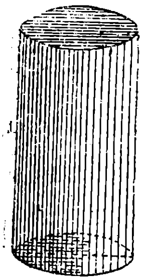
Τὸ ἐπώλησε τὸ χωράφι πρὸς 360 δρχ. τὸ τετραγ. μέτρο καὶ μὲ τὰ χρήματα ποὺ ἔλαβε ἐπροίκισε ἐξ ἴσου τὰ τρία του κορίτσια.

Κάθε κορίτσι πόσα χρήματα ἔλαβε ;

Εἰς τὸ σχετικὸ τετράδιο σχεδιάζουν τραπέζια, κόλουρες πυραμίδες, ἄλλα πράγματα μὲ τὸ σχῆμα αὐτό.

Κατασκευάζουν κόλουρες πυραμίδες μὲ μαλακὸ κερί, στόκο, πηλό, ξύλο, χαρτόνι.

Κύλινδρος



Μ

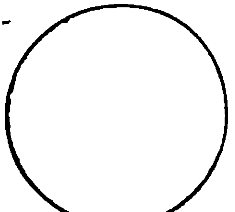
Τὸ στερεὸ σῶμα Μ. εἶναι ***κύλινδρος***. Τὸ προσέχω καὶ βλέπω πὼς ἡ ἐπιφάνειά του δὲν μοιάζει καθόλου μὲ τὴν ἐπιφάνεια τῶν ἄλλων στερεῶν, ποὺ ἔμαθα.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου εἶναι ***μία*** καὶ ***κυρτή***.

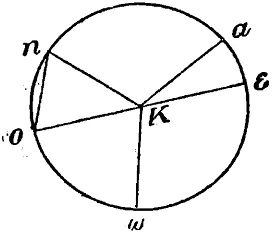
Ἔχει δύο βάσεις μὲ σχῆμα τὸ Ρ. Τὸ σχῆμα αὐτὸ λέγεται ***κύκλος***.

Ἡ κλειστὴ καμπύλη λέγεται ***περιφέρεια***.

Ὥστε ὁ κύλινδρος ἔχει δύο κυκλικὲς βάσεις.



Σχ. Ρ



Τὸ ***κ*** λέγεται ***κέντρον*** τοῦ κύκλου καὶ κάθε γραμμὴ ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρο μὲ τὴν περιφέρεια λέγεται ***ἀκτίνα***, ὅπως ἡ ***Κα***.

Κάθε σημεῖο τῆς περιφερείας ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ κέντρο.

Αἱ ἀκτῖνες ὅλαι τί θὰ εἶναι ;

Ἡ γραμμὴ ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο καὶ μὲ τὰ δύο ἄκρα τελειώνει στὴν περιφέρεια λέγεται ***διάμετρος***.

Ἡ διάμετρος χωρίζει τὸν κύκλο σὲ δύο ***ἡμικύκλια*** καὶ τὴν περιφέρεια σὲ δύο ***ἡμιπεριφέρειες.***

Ἡ ο ε εἶναι διάμετρος.

Τὸ τεμάχιο τῆς περιφερείας οη λέγεται ***τόξον.***

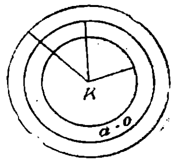
Ἡ γραμμὴ ποὺ ἑνώνει τὰ ἄκρα τοῦ τόξου λέγεται ***χορδὴ*** καὶ ὅλο τὸ μέρος τοῦ κύκλου κοηκ λέγεται ***τμῆμα τοῦ κύκλου.***

Τὸ μέρος τοῦ κύκλου ποὺ εἶναι μέσα σὲ δύο ἀκτῖνες καὶ ἕνα τόξον λέγεται ***τομεύς.***

Τομεὺς εἶναι τὸ κεωκ.

Ὥστε κάθε κύκλος ἔχει ***κέντρο, περιφέρεια, ἀκτῖνες, διάμετρο, τόξα, χορδές, τμήματα καὶ τομεῖς.***

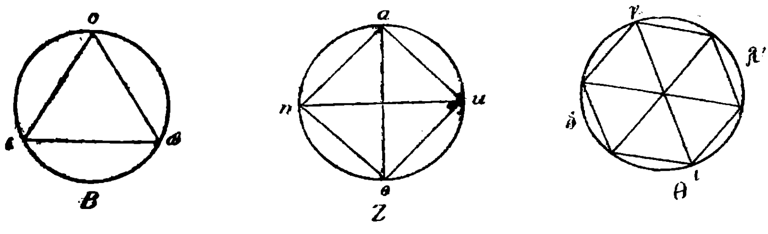
Οἱ κύκλοι αὐτοὶ ποὺ ἔχουν τὸ ἴδιο κέντρο ἀλλὰ διάφορες ἀκτῖνες λέγονται ***ὁμόκεντροι*** (σχ. Α΄).



Α΄

Τὸ διάστημα ποὺ εἶναι μεταξὺ δύο περιφερειῶν—ὅπως τὸ α-ο, λέγεται ***κυκλικὴ ζώνη.***

Πολύγωνα ἐγγεγραμμένα σὲ κύκλο.



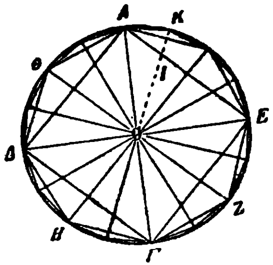
Ἂν μέσα σὲ κύκλο γράψω τρίγωνα, τετράγωνα ἢ πολύγωνα, τότε θὰ λέγωνται ***ἐγγεγραμμένα σὲ κύκλο.***

—Εἰς τὸν κύκλο Β εἶναι ἐγγεγραμμένο τὸ τρίγωνο οεωο.

—Εἰς τὸν κύκλο Ζ εἶναι ἐγγεγραμμένο τὸ τετράγωνο αηθκα.

Γιά νά τό γράψω, ἔσυρα δύο διαμέτρους καί ἕνωσα τά ἄκρα των μέ χορδές.

Εἰς τόν κύκλο Θ εἶναι ἐγγεγραμμένο τό πολύγωνο γδιλγ. Γιά νά τό γράψω, ἔσυρα τρεῖς διαμέτρους—σέ κανονικά διαστήματα—καί ἕνωσα τά ἄκρα των μέ χορδές.



Π

Σχέσις περιμέτρου κανονικοῦ πολυγώνου,—τοῦ ὁποίου οἱ πλευρές αὐξάνονται διαρκῶς—καί τῆς περιφερείας.

Εἰς τό σχῆμα Π βλέπομε ἐγγεγραμμένο ἕνα τετράγωνο.

Ἐσύραμε ἀπό τό κέντρο εἰς τήν περιφέρεια ἀκτῖνες καί ἑνώσαμε τά ἄκρα.

Ἀμέσως ἀπό τό τετράγωνο ἐσχηματίσθη ἕνα κανονικό ὀκτάγωνο.

Ἐσύραμε πάλι ἄλλες ἀκτῖνες καί ἡ κάθε πλευρά τοῦ ὀκταγώνου ἐκόπη εἰς δύο. Ἑνώσαμε τά ἄκρα καί ἐσχηματίσθη κανονικό δεκαεξάγωνο.

Ἄν μέ τόν ἴδιο τρόπο προχωρήσουμε, οἱ πλευρές τοῦ πολυγώνου θά γίνωνται διαρκῶς περισσότερες μά καί μικρότερες καί θἀρθῇ ἡ στιγμή πού κάθε πλευρά τοῦ πολυγώνου θά εἶναι μιά τελεία ἐπάνω στήν περιφέρεια.

Δηλαδή ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου θά πέσῃ ἀκριβῶς ἀπάνω στήν περιφέρεια.

Ὥστε, ***ὅσο περισσότερες πλευρές ἔχει τό πολύγωνο, τόσο λιγώτερο διαφέρει ἀπό τόν κύκλο.***

Ἐμβαδόν τοῦ κύκλου

Ἄν μέ μιά ταινία μετρήσωμε τήν περιφέρεια ἑνός κυκλικοῦ πιάτου καὶ ἔπειτα μετρήσωμε καὶ τὴ διάμετρο τοῦ πιάτου καὶ διαιρέσωμε τὸ μῆκος τῆς περιφερείας μὲ τὸ μῆκος τῆς διαμέτρου, θὰ βροῦμε πηλίκον ποὺ πάντα πλησιάζει τὸ 3,14.

Ὥστε γιά νὰ βροῦμε τὸ μῆκος μιᾶς περιφερείας πολλαπλασιάζομε τὴν διάμετρο μὲ τὸ 3,14.

Καὶ γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, πολλαπλασιάζομε τὴν ἀκτῖνα μὲ τὸν ἑαυτό της, καὶ τὸ γινόμενο μὲ τὸ 3,14.

Ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου

Ἂν ὑποθέσωμε πὼς ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου εἶναι χάρτινη καὶ τὴν κόψωμε καθέτως καὶ τὴν ἁπλώσουμε, θὰ δοῦμε ἕνα ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Ὥστε γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδόν της, πολλαπλασιάζομε τὴ βάση μὲ τὸ ὕψος.

Καὶ σ' ἕνα ξύλινο ἢ ἄλλο κύλινδρο γιὰ νὰ μάθουμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς καμπύλης του ἐπιφανείας ***πολλαπλασιάζομε τὴν περιφέρεια τῆς βάσεως μὲ τὸ ὕψος.***

Ὄγκος τοῦ κυλίνδρου

Γιὰ νὰ βροῦμε τὸν ὄγκο τοῦ κυλίνδρου εὑρίσκομε πρῶτα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως. Ἡ βάσις εἶναι κύκλος καὶ ἐμάθαμε πῶς βρίσκομε τὸ ἐμβαδόν του.

Ἔπειτα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τὸ πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου.

Ἐφαρμογὴ

1) Ἔχουμε δῶ κυλινδρικὰ ἀντικείμενα (μολύβια, σωλῆνες, θερμάστρες, οἱ σωλῆνες τῆς βρύσης, αὐτὴ ἡ κολῶνα)

Οἱ κολῶνες τῶν ἐκκλησιῶν, πολλῶν μεγάρων, πολλῶν ἀρχαίων μνημείων, μερικὰ ἴσα δένδρα, κουτιὰ διάφορα.

Τὰ βαρέλια, μόνο ποὺ στὸ μέσον ἔχουν τὶς πλευρὲς φουσκωμένες.

2) Κὺκλους βλέπομε ἐδῶ ; ἔξω τοῦ Σχολείου ;

3) Γράψε στὸν πίνακα ἕνα κύκλο, δεῖξε τὴν περιφέρεια, σημείωσε τὸ κέντρο.

5) Ἀπὸ τὸ κέντρο σῦρε ἀκτῖνα, γράψε ἕνα τομέα, μιὰ χορδή, βάλε γράμματα εἰς τὸ τόξον.

6) Ἄλλος γράφει ἕνα τετράγωνο ἐγγεγραμμένο, ἄλλος τὸ κάνει πολύγωνο.

7) Τὶ σχέση ἔχει ἡ περιφέρεια μὲ τὴν περίμετρο ἑνὸς πολυγώνου, τοῦ ὁποίου διαρκῶς αὐξάνομε τὶς πλευρές.

8) Δεῖξε το στὸν πίνακα.

9) Γιὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει πάντα νὰ θυμώμαστε (3,14).

10) Πῶς εὑρέθη ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

11) Ἕνα κυκλικὸ ἁλῶνι ἔχει ἀκτῖνα 9 μέτρα.

Ποιὸ εἶνε τὸ ἐμβαδόν του ;

12) Ἕνας εἶχε ἕνα κεντρικὸ οἰκόπεδο κυκλικὸ μὲ ἀκτῖνα 34 μ.

Τὸ ἐπώλησε πρὸς 585 δραχ. τὸ τ. μ.

Μὲ τὰ χρήματα ἔχτισε ἕνα σπίτι ἀλλοῦ καὶ τοῦ ἐπερίσσευσαν καὶ 612,165 δρχ.

—Πόσα ἔλαβε ἀπὸ τὸ οἰκόπεδο καὶ πόσα γιὰ τό σπίτι ἐδαπάνησε ;

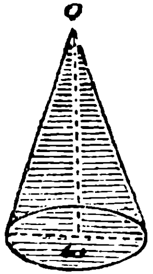
13) ***Εἰς τὸ τετράδιον σχεδιάσατε ἡμικύκλια, κύκλους, ἐγγεγραμμένα πολύγωνα.***

14) ***Σχεδιάσατε κυλίνδρους καὶ βαρέλια.***

15) ***Κατασκευάσατε κυλίνδρους μὲ χαρτόνι, πηλό, κερί, ξύλο, σύρμα.***

Κῶνος

Τὸ στερεὸ σῶμα Φ—ποὺ μοιάζει μὲ χωνὶ—λέγεται ***κῶνος.***



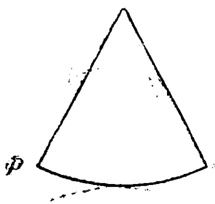
Σχ. Φ.

Τὸ προσέχω. Ἔχει βάση κύκλο. Ἔχει μιὰ κυρτὴ ἐπιφάνεια ἡ ὁποία τελειώνει σ' ἕνα σημεῖο ο, ποὺ λέγεται ***κορυφή.***

Ἡ γραμμὴ οω ποὺ ἑνώνει τὴν κορυφὴ μὲ τὸ κέντρο βάσεως, εἶναι τὸ ὕψος.

Ἂν ὑποθέσωμε πὼς ἡ κυρτὴ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου εἶναι χάρτινη καὶ τὴν ξεκολλήσουμε καὶ τὴν ἁπλώσουμε, θὰ φανῇ ἐμπρός μας ἕνας κυκλικὸς τομεὺς (σχ. Φ.).

—Γιὰ νὰ βροῦμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, πολλαπλασιάζομε τὴν περιφέρεια τῆς βάσεώς του μὲ τὸ ἥμισυ τῆς πλευρᾶς.



Μποροῦμε νὰ ποῦμε πὼς ὁ κῶνος εἶναι μία πυραμὶς μὲ βάση κανονικὸ πολύγωνο μὲ ἄπειρες πλευρές.

Γι' αὐτὸ καὶ ὁ ὄγκος τοῦ κώνου εὑρίσκεται ὅπως καὶ ὁ ὄγκος τῆς πυραμίδος.

Βρίσκουμε δηλαδὴ τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως καὶ τὸ πολλαπλασιάζομε μὲ τὸ τρίτο τοῦ ὕψους.

Ἐφαρμογὴ

Κωνικὰ εἶναι τὰ χωνιά, οἱ στέγες καλυβιῶν, οἱ σκηνές, οἱ κορυφὲς τῶν λόφων, κορυφὲς πύργων, τὰ κάγκελα, δένδρα πολλά.

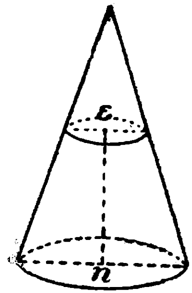
Κωνικὴ ἄκρη ἔχουν τὰ μολύβια μας, οἱ ὀμπρέλλες, πολλὰ μπαστούνια, οἱ πάσσαλοι, τὰ σουβλιά, τὰ καρφιά.

Κώνους βλέπουμε καὶ ἐπάνω σὲ κυλίνδρους, ὅπως ἐπάνω ἀπὸ φουγάρα, γιὰ νὰ ἐμποδίζουν τὴ βροχή, ἐπάνω σὲ περιστερεῶνες, ἀπάνω σὲ ἀνεμόμυλους.

Σχεδιάσατε εἰς τὸ τετράδιο κώνους καὶ κατασκευάσατε τέτοιους ἀπὸ πηλό, χαρτόνι ἢ ξύλο.

Κόλουρος κῶνος

Ἂν τὸν κῶνο τὸν κόψω ὁριζόντια καὶ παράλληλα πρὸς τὴ βάση ὅπως εἰς τὸ μέρος α—ο, θὰ ἔχω ἕνα ***κῶνον κόλουρον.***



Ἔχει δύο βάσεις κύκλους παραλλήλους, ἀλλὰ ἀνίσους.

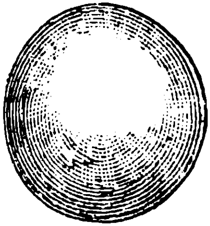
Οἱ δύο κύκλοι εἶναι ὁμόκεντροι, γιατί, τὸ ὕψος εη ἑνώνει τὰ δύο κέντρα των.

Παντοῦ βλέπομε σχῆμα κολούρου κώνου.

Εἰς τὰ ἀμπαζοὺρ τῶν λαμπῶν, σὲ ποτήρια, σὲ κάδους, σὲ γλάστρες, σὲ λάμπες, σὲ τενεκέδες τῶν γαλατάδων, σὲ πολλὰ μαγειρικὰ σκεύη, σὲ μπουκάλια, σὲ πηγάδια.

Σχεδιάσατε ἀντικείμενα ποὺ ἔχουν τὸ σχῆμα κολούρου κώνου καὶ κατασκευάσατε τέτοιους κώνους ἀπὸ πηλό, κερί, ξύλο ἢ χαρτόνι.

Σφαῖρα



Τὰ τόπια μας, τά πορτοκάλια, οἱ μπάλες τοῦ μπιλιάρδου εἶναι ***σφαῖρα***.

Ἔχει μιὰ μόνη ἐπιφάνεια κυρτὴ καὶ πολὺ κανονική. Ὅλα τὰ σημεῖα της βρίσκονται σὲ ἴση ἀπόσταση ἀπὸ ἕνα σημεῖο ποὺ εἶναι στὸ μέσον τῆς σφαίρας καὶ ποὺ λέγεται ***κέντρο***.

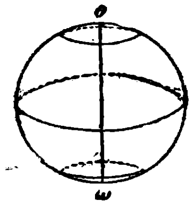
Τομὴ τῆς σφαίρας. Ἄς κόψουμε ἕνα ὁλοστρόγγυλο πορτοκάλι, μὲ προσοχή, ὥστε τὸ μαχαῖρι νὰ περάσῃ ἀπὸ τὸ κέντρον. Ἔχουμε δύο ἡμισφαίρια.

Τὸ μέρος ποὺ ἐκόπη μᾶς παρουσιάζει ἕνα τέλειο κύκλο.

Ὁ κύκλος αὐτὸς ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο λέγεται ***μέγιστος κύκλος***.

Γιατὶ μποροῦσε βέβαια νὰ κόψουμε φέτες παράλληλες πρὸς τὴν τομή.

Καὶ οἱ φέτες αὐτὲς θὰ μᾶς παρουσιάζουν κύκλους. Μὰ ὅλοι αὐτοὶ οἱ κύκλοι θὰ εἶναι μικρότεροι τοῦ μεγίστου κύκλου.



Ἡ γραμμὴ οω ἑνώνει δυὸ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας, εἶναι κάθετος εἰς τὸν μέγιστον κύκλον καὶ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρον. Ἡ γραμμὴ οω λέγεται ***ἄξων τῆς σφαίρας***.

Τὰ δύο ἄκρα τοῦ ἄξονος λέγονται ***πόλοι***—ο, ω.

Τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας εἶναι ἴσο μὲ τὰ ἐμβαδὰ τεσσάρων μεγίστων κύκλων τῆς σφαίρας.

Ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας θὰ βρεθῇ, ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας μὲ τὸ τρίτον μιᾶς ἀκτίνας τῆς ἐπιφανείας.

Ἐφαρμογή

Τὸ τόπι, οἱ βόλοι, οἱ γλόμποι τοῦ ἠλεκτρικοῦ, τὰ γυάλινα τόπια ποὺ κρέμονται σὲ πολλὲς ἐκκλησίες κάτω ἀπὸ τοὺς πολυελαίους, πολλὰ πόμολα στὶς πόρτες, ὅλ' αὐτὰ ἔχουν σχῆμα σφαιρικό.

Μαρμάρινες σφαῖρες βλέπουμε ἀπάνω σὲ κολῶνες κήπων, γιὰ στόλισμα.

Στὰ φαρμακεῖα βλέπομε μεγάλες γυάλινες σφαῖρες.

Σὲ πολλὰ ἔπιπλα γιὰ στόλισμα βάζουν ξύλινες σφαῖρες.

Σφαιρικὰ εἶναι καὶ πολλὰ φροῦτα, σφαιρικὰ τὰ χάπια, σφαιρικὰ καὶ πολλὰ κουμπιά.

Καὶ ἡ Γῆ εἶναι σφαῖρα. Στὸ μέσον εἶναι λίγο ἐξωγκωμένη καὶ στοὺς δύο πόλους πιεσμένη ὀλίγο.

Καὶ αὐτὸ ἀπὸ τὴν ***κεντρόφυγα δύναμη.***

Ποιὰ εἶναι κεντρόφυξ δύναμις ;

Ἂς δοῦμε τὴν ***ὑδρόγειο σφαῖρα.***

Ποῦ εἶναι ὁ Βόρειος Πόλος, ποῦ ὁ Νότιος ;

Ποιὸς εἶναι ὁ ἄξων ;

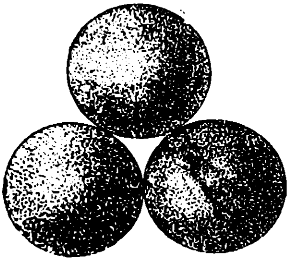
Ποιὸς εἶναι ὁ ἰσημερινός, οἱ παράλληλοι σαὐτὸν κύκλοι;

Σὲ πόσες καὶ ποιὲς ζῶνες διαιροῦν τὴ γῆ οἱ παράλληλοι κύκλοι ;

Αὐτοὶ οἱ μεγάλοι κύκλοι ποὺ περνοῦν ἀπὸ τοὺς πόλους, πῶς λέγονται (μεσ...) ;

Σχεδιάσατε εἰς τὸ τετράδιο τῆς Γεωμετρίας σφαίρας μὲ χρώματα καὶ σκιά.

Κατασκευάσατε σφαίρας ἀπὸ πηλό, κερί, χαρτόνι ἢ ξύλο.



ΤΕΛΟΣ