

Μ. ΛΙΟΥΔΑΚΗ—Σ. ΑΛΟΪΖΟΥ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΩΝ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΕΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΔΙΑ ΤΗΝ ΤΕΤΡΑΕΤΙΑΝ 1936—1940

Ἀριθ. ἐγκριτ. ἀποφ. $\frac{50163}{10-7-1936}$

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΕΜΠΤΗ



ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ΠΕΤΡΟΥ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΥ Α. Ε.
ΑΘΗΝΑΙ, ΟΔΟΣ ΠΕΣΜΑΖΟΓΛΟΥ 9 ΚΑΙ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ
1939

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. ΑΠΛΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

Προβλήματα λυόμενα από μνήμης:

1) 6 πέννες αξίζουν 3 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) διπλάσιαι; β) τριπλάσιαι; γ) ήμισεις;

2) 12 πορτοκάλια αξίζουν 17 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) τὰ διπλάσια; β) τὰ τριπλάσια;

3) 8 τετράδια αξίζουν 12 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) τὰ ήμισιαι; β) τὰ τριπλάσια; γ) τὰ πενταπλάσια;

4) 4 οκάδες λεμόνια αξίζουν 44 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) αἱ ήμισιαι οκάδες; β) αἱ διπλάσιαι οκάδες; γ) αἱ ἑξαπλάσιαι οκάδες;

5) 8 οκάδες αμύγδαλα αξίζουν 70 δραχμές. Πόσον αξίζουν α) αἱ ήμισιαι; β) τὸ $\frac{1}{4}$; γ) αἱ τριπλάσιαι; δ) αἱ δεκαπλάσιαι;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) 10 οκάδες πατάτες αξίζουν 50 δραχμές. Αἱ 7 οκάδες πόσον αξίζουν;

Κατάταξις : $\frac{10 \text{ ὀκ.}}{7 \text{ »}}$ $\frac{50 \text{ δραχ.}}{X \text{ »}}$

Δύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα) :

Αἰ 10 ὀκ. ἀξίζουν 50 δραχ.

Ἡ 1 » ἀξίζει $50:10$ ἢ $\frac{50}{10}$

Αἰ 7 » ἀξίζουν $\frac{7 \times 50}{10} = ;$

κτβ $\frac{30}{10} = 3$

Δύσις β' (μὲ τὴν μέθοδον) :

$$X = \frac{50 \times 7}{10} = ;$$

ιτχ —————

2) Μὲ 120 δραχμὰς ἀγοράζομεν 12 πῆχεις ὑφάσματος. Μὲ 90 δραχμὰς πόσους πῆχεις θὰ ἀγοράσωμεν;

3) 10 ὀκάδες ρύζι ἀξίζουν 150 δραχμὰς. Αἰ 8 ὀκάδες πόσον ἀξίζουν;

4) 42 ὀκάδες σαποῦνι ἀξίζουν 750 δραχμὰς. Αἰ 36 ὀκάδες πόσον ἀξίζουν;

5) Μὲ 12 πῆχεις ὑφασμα κατασκευάζομεν 24 πετσέτες φαγητοῦ. Μὲ 16 πῆχεις πόσας θὰ κατασκευάσωμεν;

6) 40 στρατιῶται θέλουν 20 ὀκάδες ψωμὶ τὴν ἡμέραν. 50 στρατιῶται πόσον ψωμὶ θέλουν;

7) Μὲ 45 μέτρα ὑφάσματος χακὶ ἐνδύονται 15 στρατιῶται. Μὲ 96 μέτρα πόσοι θὰ ἐνδυθοῦν;

8) 50 ἐργάται σκάπτουν 10 στρέμματα ἀμπέλι τὴν ἐβδομάδα. 80 ἐργάται πόσον θὰ σκάψουν;

9) 32 κτίσται κτίζουν 16 μέτρα τοῖχου τὴν ἡμέραν. 48 κτίσται πόσον τοῖχον θὰ κτίσουν;

10) Εἷς ὑπάλληλος λαμβάνει μηνιαῖον μισθὸν 1500 δραχμὰς. Ἐὰν ἀπολυθῆ τὴν 16ῃν τοῦ μηνός, πόσον μισθὸν θὰ λάβῃ;

11) 100 βαθμοὶ τοῦ θερμομέτρου Κελσίου ἰσοδυναμοῦν μὲ 80 βαθμοὺς τοῦ θερμομέτρου Ρεωμύρου. 80 βαθμοὶ Κελσίου μὲ πόσους Ρεωμύρου ἰσοδυναμοῦν; 40 βαθμοὶ Ρεωμύρου μὲ πόσους Κελσίου ἰσοδυναμοῦν;

12) 200 ὀκάδες σίτου μᾶς δίδουν 160 ὀκάδας ἀλευροῦ. Αἰ 1000 ὀκάδες σίτου πόσον ἄλευρον θὰ μᾶς δώσουν;

13) 240 ὀκάδες ξύλα κάμνουν 150 ὀκάδες κάρβουνα. Πόσας ὀκάδας κάρβουνα θὰ λάβωμεν ἀπὸ 1440 ὀκάδας ξύλα;

14) Μία ὑφάντρια ὑφαίνει εἰς 2 ὥρας 4,20 μέτρα παντί. Εἰς πόσας ὥρας θὰ ὑφάνῃ 6,80 μέτρα;

15) 3 μάρκα γερμανικὰ ἔχουν 63,90 δραχ. Πόσας δραχ. ἔχουν τὰ 5 μάρκα; τὰ 20 μάρκα; τὰ 80 μάρκα;

16) Μὲ 2 δραχμὰς ἀγοράζομεν $\frac{2}{8}$ τοῦ πήχεως ἀπὸ ἓνα ὕφασμα. Πόσους πήχεις ἀγοράζομεν μὲ 24 δραχμὰς; μὲ 48 δραχμὰς; μὲ 96 δραχμὰς;

Β') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) 4 ἐργάται σκάπτουν ἓνα κῆπον εἰς 12 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸν σκάψουν α') οἱ ἡμίσεις ἐργάται; β') τὸ $\frac{1}{4}$ τῶν ἐργατῶν; γ') οἱ διπλάσιοι; δ') οἱ τριπλάσιοι ἐργάται;

2) Μία δακτυλογράφος ἐργαζομένη 4 ὥρας τὴν ἡμέραν, τελειώνει μίαν ἐργασίαν εἰς 8 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τελειώσῃ τὴν ἰδίαν ἐργασίαν, ἂν

ἐργάζεται α') διπλασίας ὥρας τὴν ἡμέραν; β') τριπλασίας;

3) Ἐν αὐτοκίνητον ὅταν τρέχη 30 χιλιόμετρα τὴν ὥραν διατρέχει μίαν ἀπόστασιν εἰς 4 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ διατρέξῃ τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν ἂν τρέχη

α') τὰ ἡμίση χιλιόμετρα τὴν ὥραν; β') τὰ διπλάσια; γ') τὰ τριπλάσια;

4) 6 θερισταὶ θερίζουν ἓνα χωράφι εἰς 6 ἡμέρας. Εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ θερίσῃ 1 θεριστής; Εἰς πόσας ἡμέρας οἱ 3; Εἰς πόσας οἱ 12 θερισταί;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

1) 10 ἐργάται τελειώνουν μίαν ἐργασίαν εἰς 8 ἡμέρας. Πόσοι ἐργάται θὰ τελειώσουν τὴν ἰδίαν ἐργασίαν εἰς 5 ἡμέρας;

Κατάταξις :	8 ἡμ.	10 ἐργ.
	5 »	X »

Δύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα) :

Εἰς 8 ἡμέρας 10 ἐργ.

» 1 » (8 φορὰς περισσότεροι ἐργ.) 8×10

» 5 » (5 φορὰς ὀλιγώτεροι ἐργ.) $\frac{8 \times 10}{5} =$;

Δύσις β' (μὲ τὴν μέθοδον) : $\times = \frac{10 \times 8}{5} =$;

2) Μὲ 4 πήχεις ὑφάσμα, ποῦ ἔχει πλάτος 2 μέτρα, κατασκευάζομεν ἓν φόρεμα. Πόσους πήχεις θὰ χρειασθῶμεν, ἂν τὸ πλάτος τοῦ ὑφάσματος εἶναι μόνον 1,50 μέτρα;

3) Κτίστης κτίζει 3 μέτρα τοίχον τὴν ἡμέραν, ὅταν τὸ πάχος του εἶναι 1 μέτρον. Πόσα μέτρα τοίχου θὰ κτίσῃ, ἂν τὸ πάχος του εἶναι 1,50 μέτρα;

4) 30 ἐργάται σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 8 ἡμέρας. 20 ἐργάται εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ σκάψουν;

5) Ἐνα ἀμάξι πὺδ τρέχει 8 χιλιόμετρα τὴν ὥραν, διατρέχει μίαν ἀπόστασιν εἰς 5 ὥρας. Ἐν τρέξῃ μὲ 6 χιλιόμετρα τὴν ὥραν, εἰς πόσας ὥρας θὰ τρέξῃ τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν;

6) Μία ὑφάντρια ὑφαίνει ἓνα ὕφασμα εἰς 6 ἡμέρας, ὅταν ὑφαίνει 5 πῆχεις τὴν ἡμέραν. Ἐν ὑφαίνῃ μόνον 3 πῆχεις τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ ὑφάνῃ;

7) Ἐργάτης τελειώνει ἓν ἔργον εἰς 12 ἡμέρας, ὅταν ἐργάζεται 6 ὥρας τὴν ἡμέραν. Ἐν ἐργάζεται 3 ὥρας τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θὰ τὸ τελειώσῃ;

8) Ἐργολάβος τελειώνει μίαν ἐργασίαν εἰς 15 ἡμέρας μὲ 10 ἐργάτας. Μὲ πόσους ἐργάτας θὰ τὴν τελειώσῃ εἰς 10 ἡμέρας;

9) Ἐν ἀτμόπλοιον ταχύτητος 7 μιλίων τὴν ὥραν πηγαίνει ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ εἰς τὴν Θεσσαλονίκην εἰς 20 ὥρας. Ποίαν ταχύτητα πρέπει νὰ ἔχῃ ἄλλο ἀτμόπλοιον, τὸ ὁποῖον ἔκαμε τὸ ἴδιον ταξίδιον εἰς 12 ὥρας.

10) 3.000 στρατιῶται ἔχουν τροφίμα διὰ 50 ἡμέρας. Ἐν φύγουν εἰς 1000 στρατιῶται, πόσας ἡμέρας θὰ ἐπαρκέσουν τὰ τροφίμα εἰς τοὺς ὑπολοίπους;

11) Μία δεξαμενὴ ἔχει 4 βρύσεις. Ἐν ἀνοίξωμεν τὰς 2, γεμίζει εἰς 4 ὥρας. Εἰς πόσας ὥρας θὰ γεμίσῃ, ἂν ἀνοιχθοῦν μαζὶ καὶ αἱ 4; Εἰς πόσας, ἂν ἀνοιχθοῦν μόνον αἱ 3;

2. ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

Α΄) ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ

1) 40 στρατιῶται εἰς 2 ἡμέρας θέλουν 50 ὀκάδας ψωμί. 20 στρατιῶται εἰς 4 ἡμέρας πόσας ὀκάδας θέλουν;

Κατάταξις: 40 στρ. 2 ἡμ. 50 ὀκ.
 20 » 4 » X »

$$\frac{40 \times 2 \times 50}{20 \times 4 \times X} = 1$$

$\frac{40 \times 2 \times 50}{20 \times 4} = X$
 $\frac{1000}{40} = X$
 $25 = X$

Δύσις α΄ (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

Οἱ 40 στρατ. εἰς 2 ἡμέρας θέλουν 50 ὀκ.

ὁ 1 » » » θέλει $\frac{50}{40}$

καὶ οἱ 20 » » » θέλουν $\frac{50 \times 20}{40}$;

οἱ 20 » » 1 » $\frac{50 \times 20}{40 \times 2}$

οἱ 20 » 4 » $\frac{50 \times 20 \times 4}{40 \times 2}$;

Δύσις β΄ (μὲ τὴν μέθοδον): $X = \frac{50 \times 20 \times 4}{40 \times 2}$

$$X = \frac{50 \times 20 \times 4}{40 \times 2}$$

$\frac{4000}{80} = X$
 $50 = X$

Β΄) ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

1) 6 ἐργάται, ὅταν ἐργάζωνται 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, σκάπτουν ἓνα ἀμπέλι εἰς 12 ἡμέρας. Πόσοι ἐργάται θὰ σκάψουν τὸ αὐτὸ ἀμπέλι εἰς 6 ἡμέρας, ὅταν ἐργάζωνται 4 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Δ') ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΟΣΑ ΑΝΑΛΟΓΑ.
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ ΜΑΖΙ

1) Ἐν αὐτοκίνητον παίρνει 500 δραχμὰς διὰ τὴν μεταφέρειν 1500 ὀκάδας λάδι εἰς ἀπόστασιν 60 χιλιομέτρων. Πόσον θὰ πάρῃ διὰ τὴν μεταφέρειν 800 ὀκάδας εἰς ἀπόστασιν 75 χιλιομέτρων;

2) Μὲ 15 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 2 μέτρων κατασκευάζομεν 4 φορέματα. Μὲ 20 πήχεις ὑφάσματος πλάτους 1,50 μέτρου πόσα φορέματα θὰ κατασκευάσωμεν;

3) 18 κτίσται κτίζουσι τὴν ἡμέραν 46 μέτρα τοῖχον πάχους 1 μέτρου. Πόσοι κτίσται θὰ κτίσῃσι 40 μέτρα πάχους 0,50 μέτρα;

4) 25 ἄνθρωποι τρώγουσι 45 ὀκάδας ψωμὶ εἰς 3 ἡμέρας. 50 ἄνθρωποι πόσας ὀκάδας θέλουσι εἰς 12 ἡμέρας;

5) 7 βρύσεις, ὅταν τρέχουσι 2 ὥρας τὴν ἡμέραν, χύνουσι 8.000 ὀκάδας νερό εἰς 5 ἡμέρας. Πόσας ὀκάδας θὰ χύσῃσι αἱ 4 βρύσεις εἰς 8 ἡμέρας, ἂν τρέχουσι 1 ὥραν τὴν ἡμέραν;

6) Μία μοδίστα, ἐργαζομένη 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, ἐτοιμάζει εἰς 5 ἡμέρας 6 φορέματα. Ἄν ἐργάζεται 10 ὥρας τὴν ἡμέραν, πόσα φορέματα θὰ ἐτοιμάσῃ εἰς 7 ἡμέρας;

7) Ἐργολάβος πληρώνει 1500 δραχμὰς εἰς 6 ἐργάτας, ἐργασθέντας 4 ἡμέρας μὲ 8ωρον ἐργασίαν τὴν ἡμέραν. Πόσον θὰ πληρώσῃ εἰς 8 ἐργάτας, ἐργασθέντας 6 ἡμέρας μὲ 10ωρον ἐργασίαν τὴν ἡμέραν;

8) 20 ἐργάται, ἂν ἐργασθῶσι 8 ὥρας τὴν ἡμέραν,

σκάπτουν ένα άμπέλι εις 15 ήμέρας. Εις πόσας ήμέρας 40 έργάται θά σκάψουν τὸ ἴδιο άμπέλι, αν εργασθοῦν 6 ὥρας τήν ήμέραν ;

9) Διὰ νά σκεπασθοῦν οἱ τοῖχοι ἑνὸς δωματίου μὲ χαρτί, χρειάζονται 15 τόπια μήκους 10 μέτρων καὶ πλάτους 0,60. Πόσα τόπια χαρτί θά χρειασθοῦν, αν τὸ χαρτί ἔχη μήκος 14 μέτρα καὶ πλάτος 0,80 ;

10) Εἰς ἓνα στρατῶνα εὐρίσκονται 1500 στρατιῶται καὶ ἔχουν τρόφιμα διὰ 30 ήμέρας. Αν μετὰ 10 ήμέρας προστεθοῦν ἀκόμη 300 στρατιῶται, εις πόσας ήμέρας θά τελειώσουν τὰ τρόφιμά των ;

3. ΠΟΣΟΣΤΑ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

1) Εἰς μίαν ἐπιχείρησιν ποὺ δίδει κέρδος 4%, διεθέσαμεν κεφάλαια 2000 δραχμῶν. Πόσον κέρδος θά ἔχωμεν ;

Λύσις: Εἰς 100 δραχμ. κέρδος 4 δραχ.
 » 2000 » » X »

$$X = \frac{4 \times 2000}{100} ;$$

2) Ὑφασματέμπορος κερδίζει εις ἕκαστον πήχυν ἑνὸς ὑφάσματος 6%. Μετὰ τήν πώλησιν ὀλοκλήρου τοῦ ὑφάσματος ἐκέρδισεν 90 δραχμάς. Ποία ἦτο ἡ ἀξία τοῦ ὑφάσματος ;

Λύσις: Είς 100 δραχμ. κέρδος 6 δραχμ.

» X » » 90 »

$$X = \frac{100 \times 90}{6};$$

3) Έργολάβος έκέρδισε 10.000 δραχμάς από την κατασκευήν ενός κτιρίου αξίας 100.000 δραχμῶν. Πόσον τοῖς εκατὸν ἦτο τὸ κέρδος του;

Λύσις: Ἀπὸ 100.000 δραχ. κέρδος 10.000 δραχ.:

» 100 » » X »

$$X = \frac{10.000 \times 100}{100.000};$$

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

- 1) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 1% τῶν 100 δραχμῶν; τῶν 300; 500; 800; 1000 δραχμῶν;
- 2) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 2% τῶν 50 δραχμῶν; τῶν 200; 400; 700; 900; δραχμῶν;
- 3) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 3% τῶν 1000 δραχμῶν; τῶν 800; 600; 300; 200; 50 δραχμῶν;
- 4) Ποῖα εἶναι τὰ ποσοστὰ πρὸς 8% τῶν 50; 150; 400; 600; 800 δραχμῶν;

8

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙΑΦΟΡΑ

- 1) Ἐμπόρος ἠγόρασεν ὕφασμα καὶ ἔδωσε 300 δραχ. Μεταπωλῆσας αὐτό, ἐκέρδισε 125 δραχμάς. Πόσον τοῖς εκατὸν ἐκέρδισε;

2) Ἐμπορός τις πωλεῖ ὕφασμα ἀξίας 350 δραχμῶν μὲ κέρδος 8^ο/. Πόσον θὰ κερδίσῃ εἰς ὅλον τὸ ὕφασμα;

3) Ἡ ὀκᾶ τὰ φασόλια κοστίζει εἰς τὸν ἔμπορον 15 δραχμᾶς. Θέλει νὰ πωλῇ μὲ κέρδος 10^ο/. Πόσον θὰ πωλῇ τὴν ὀκᾶν;

4) Ὁ πῆχυς ὑφάσματος στοιχίζει εἰς τὸν ἔμπορον 80 δραχμᾶς. Πόσον πρέπει νὰ πωλῇ τὸν πῆχυν διὰ νὰ κερδίξῃ 13^ο/;

5) Γεωργὸς ἔχει εἰσόδημα ἐτήσιον 12530 δραχμῶν. Ὁ φόρος γεωργικῆς παραγωγῆς εἶναι 6^ο/. Πόσον φόρον θὰ πληρώσῃ ἐπὶ τοῦ ὅλου εἰσοδήματος;

6) Εἰσπράκτωρ ἐταιρείας ἔχει ποσοστὸν 3^ο/. ἐπὶ τῶν εἰσπράξεων. Πόσον θὰ λάβῃ ἐπὶ τοῦ εἰσπραχθέντος ποσοῦ 6340 δραχμῶν;

7) Εἰσπράκτωρ εἰσέπραξε 35426 δραχμᾶς. Πόσον ποσοστὸν θὰ λάβῃ, ἂν πληρωθῇ πρὸς 5^ο/. Πόσον, ἂν πληρωθῇ μὲ 6^ο/;

8) Ὑπάλληλος ἐπιχειρήσεως λαμβάνει ποσοστὸν 8^ο/. ἐπὶ τῶν κερδῶν. Πόσον θὰ λάβῃ ἂν ἡ ἐπιχείρησις εἶχε κέρδη 80360 δραχμᾶς;

9) Ἐμπόρευμα τὸ ὁποῖον ἐστοίχιζε 5 δραχμ., ἐπωλήθη 4 δραχμᾶς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐζημιώθη ὁ ἔμπορος;

10) Τράπεζα πτωχεύσασα ἔδωκεν εἰς τοὺς καταθέτας 8^ο/. τῶν καταθέσεων των. Ποία ἢ κατάθεσις ἀνθρώπου ὁ ὁποῖος ἔλαβε 2500;

11) Γίνεται κράτησις ἐπὶ τοῦ μισθοῦ ὑπαλλήλου 9^ο/. λαμβάνει δὲ οὗτος καθαρὸν μισθὸν 1740 δραχμᾶς. Ποῖος εἶναι ὁ ὀλικὸς τοῦ μισθοῦ;

12) Ἐμπορος πωλεῖ τὴν ὀκᾶν τῆς ὀρυζῆς πρὸς

16 δραχμάς, κερδίζων 20^ο%. Πόσον τοῦ στοιχίζει ἡ ὀκᾶ ἢ ὄρουζα;

13) Ἐπιβάτης ἐπλήρωσε δι' εἰσιτήριοι σιδηροδρομικὸν Ἀθηνῶν — Θεσσαλονίκης, μὲ ἔκπτωσιν 25^ο%, 650 δραχμάς. Ποία εἶναι ἡ τιμὴ ὀλοκλήρου τοῦ εἰσιτηρίου;

14) Ἐκ τοῦ θαλασσίου ὕδατος ἐξάγεται 2^ο% ἄλας ἐπὶ τοῦ βάρους του. Πόσον θαλάσσιον ὕδωρ ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγήν 350 ὀκάδ. ἄλατος;

15) Ἐκ τοῦ ζαχαροκαλάμου ἐξάγεται 15^ο% ζάκχαρις. Πόσας ὀκάδας ζακχάρεως θ' ἀποδώσουν 32000 ὀκάδας ζαχαροκαλάμου;

16) Ἐμπορος ἠγόρασεν ἐμπορεύματα ἀξίας 6500 δραχμῶν μὲ ἔκπτωσιν (σκόντο) 15^ο%. Πόσον θὰ πληρώσῃ;

17) Μεσίτης ἐπώλησε μίαν οἰκίαν ἀντὶ 120000 δραχμῶν μὲ ἀμοιβὴν (μεσιτείαν) 2^ο%. Πόσας δρχ. ἔλαβε;

18) Πόσον οἰνόπνευμα ὑπάρχει εἰς 800 ὀκάδας κρασὶ 13 βαθμῶν (13^ο);

19) Ἐνας ἐπλήρωσεν ἀσφάλιστρα διὰ τὸ καταστηματὰ του πρὸς 3^ο% 1800 δραχμάς. Ποία ἦτο ἡ ἀξία τοῦ καταστήματός του;

20) Τὸ θαλάσσιον ὕδωρ περιέχει 3,5^ο% ἄλας. Ἀπὸ πόσας ὀκάδας ὕδατος θὰ ἐξαχθοῦν 130 ὀκάδες ἄλατος;

21) Εἰς τὸ Ἡράκλειον τῆς Κρήτης μὲ πληθυσμὸν 30.000 κατοίκους ἠσθένησαν τὸ 1935 ἀπὸ τύφον 250 ἄτομα καὶ ἀπέθανον 20. Πόσοι τοῖς ἑκατὸν ἠσθένησαν; Πόσοι τοῖς ἑκατὸν ἐπὶ τῶν ἀσθενῶν ἀπέθανον;

4. ΤΟΚΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ Ο ΤΟΚΟΣ

Α') Ο ΤΟΚΟΣ ΕΙΣ ΕΤΗ

Προβλήματα λύμενα από μνήμης :

1) "Αν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 6 δραχμάς, 200 δραχμαὶ πόσον τόκον φέρουν ;

2) Πόσον τόκον φέρουν εἰς 1 ἔτος 300 δραχμαὶ πρὸς 5⁰/₀; 400 δραχ. πρὸς 8⁰/₀; 600 δραχ. πρὸς 4⁰/₀; 1000 δραχ. πρὸς 3⁰/₀;

3) "Αν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 4 δραχμάς, εἰς 3 ἔτη πόσον τόκον θὰ φέρουν ;

4) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 6⁰/₀; εἰς 5 ἔτη πρὸς 4⁰/₀; εἰς 3 ἔτη πρὸς 10⁰/₀;

5) Πόσον τόκον φέρουν 300 δραχμαὶ πρὸς 6⁰/₀; εἰς 2 ἔτη; εἰς 4 ἔτη; εἰς 5 ἔτη; εἰς 8 ἔτη;

6) Πόσον τόκον φέρουν 200 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 5⁰/₀; 4000 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 6⁰/₀; 500 δραχμαὶ εἰς 2 ἔτη πρὸς 3⁰/₀;

Προβλήματα λύμενα γραπτῶς :

Πόσον τόκον φέρουν 500 δραχμαὶ εἰς 3 ἔτη πρὸς 8⁰/₀;

Κατάταξις : 100 δρ. εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 8 δρχ.
500 » » 3 ἔτη » » X »

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος φέρουν τόκον 8 δραχ.

1 δραχμὴ » 1 » φέρει » $\frac{8}{100}$

500 δραχμαὶ » 1 » φέρουν » $\frac{8 \times 500}{100}$

500 » » 3 » » $\frac{8 \times 500 \times 3}{100}$

Λύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον):

Τὰ ποσὰ κεφάλαιον καὶ τόκος, χρόνος καὶ τόκος εἶναι ποσὰ ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$X = \frac{8 \times 500 \times 3}{100 \times 1} = \frac{500 \times 3 \times 8}{100} = 120$$

Λύσις γ' (μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου):

T = τόκος

K = κεφάλαιον

E = ἐπιτόκιον

X = χρόνος

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εἰς ἔτη:

$$T = \frac{K \times X \times E}{100}$$

$$\text{ὥστε } T = \frac{500 \times 3 \times 8}{100} = 120 \text{ δραχμαί.}$$

2) Ποία ἀπὸ τὰς παραπάνω τρεῖς λύσεις εἶναι ἡ πλέον σύντομος καὶ εὔκολος;

3) Σύμφωνα μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου εἰς ἔτη, λύσατε τὰ παρακάτω προβλήματα:

α) Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 600 δραχμῶν εἰς 4 ἔτη πρὸς 3⁰/₁₀₀.

$$\text{Δύσις : } \frac{600 \times 4 \times 3}{100} \text{ --- ;}$$

β) Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 800 δραχμῶν εἰς 2, 3, 5 καὶ 8 ἔτη πρὸς 6⁰/₁₀₀.

γ) Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 2000 δραχ. πρὸς 8⁰/₁₀₀ ἐπὶ τρία ἔτη. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν;

δ) Κατεθέσαμεν εἰς τὸ ταχυδρομικὸν ταμιευτήριον 1500 δραχ. πρὸς 4⁰/₁₀₀. Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 2 ἔτη;

ε) Κεφάλαιον 6000 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 9⁰/₁₀₀ διὰ 4 ἔτη. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ;

ς) Μία ὁμολογία τοῦ Α' Ἀναγκαστικοῦ Δανείου 100 δραχμῶν εἶναι ἐξοφλητέα ἐντὸς 20 ἐτῶν πρὸς 6¹/₂⁰/₁₀₀. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ κατὰ τὴν ἐξόφλησίν της;

ζ) Εἰς τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 9000 δραχμὰς πρὸς 3¹/₂⁰/₁₀₀ διὰ πέντε ἔτη. Πόσον τόκον θὰ μᾶς δώσουν;

η) Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκισζόμενον πρὸς 10⁰/₁₀₀ εἰς 6 ἔτη;

θ) Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 650 δραχμῶν πρὸς 8⁰/₁₀₀ εἰς 1, 3, 5, 6, 7, 9, 13 ἔτη.

ι) Νὰ εὐρεθῆ ὁ τόκος τῶν 1500 δραχμῶν πρὸς 6⁰/₁₀₀ εἰς 2, 4, 6, 8, 10, 20 ἔτη,

ια) Ἡ Λαϊκὴ Τράπεζα δέχεται τὰς καταθέσεις πρὸς 4⁰/₁₀₀. Τί τόκον θὰ λάβωμεν εἰς 3 ἔτη, ἂν καταθέσωμεν 2000 δραχμὰς; Τί τόκον, ἂν καταθέσωμεν 6500 δραχμὰς διὰ 5 ἔτη;

Ὁμολογία β' ἀναγκαστικοῦ δανείου.

ιβ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς (200 δρ. πρὸς 5%) εἰς 3, 5, 6, 9, 10, 15 ἔτη.

Λαχειοφόρος ὁμολογία 300 ἑκατ.

ιγ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς (100 δρ. πρὸς 6%) εἰς 1, 2, 4, 7, 8, 9, 11, 16 ἔτη.

ιδ') Λογάριασε τὸν τόκον τῆς ὁμολογίας αὐτῆς κατὰ τὴν ἐξόφλησίν της.

Β') Ο ΤΟΚΟΣ ΕΙΣ ΜΗΝΑΣ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) Ἄν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος ἢ 12 μῆνας φέρουν τόκον 8 δραχμάς, εἰς 6 μῆνας πόσον τόκον θὰ φέρουν;

2) Πόσον τόκον φέρουν 200, 300, 400, 600 800 δραχμαὶ εἰς 6 μῆνας πρὸς 6%;

3) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχμαὶ πρὸς 10% εἰς 6 μῆνας; 3 μῆνας; 9 μῆνας;

4) Πόσον τόκ. φέρουν 200 δρ. εἰς 6 μῆν. πρὸς 8%.

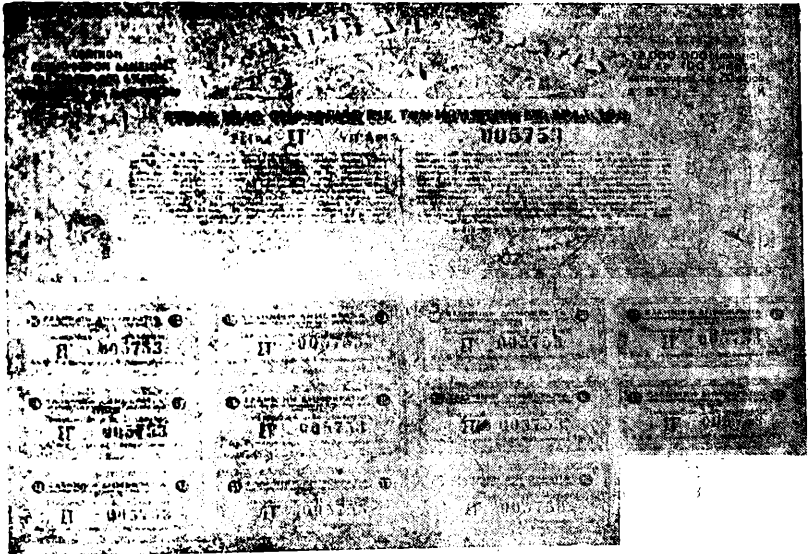
» » » 400 » » 3 » » 10%.

» » » 300 » » 9 » » 6%.

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) Πόσον τόκον φέρουν 800 δραχμαὶ εἰς 6 μῆνας πρὸς 5%;

Κατάταξις: 100 δραχ. εἰς 12 μῆνας 5 δραχ. τόκον
800 » » 6 » X » »



Εικόν Λαχειοφόρου όμολογίας 300 έκατ.
(Ίδε πρόβλημα εις 18ην σελίδα)

Λύσις α' (μὲ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

100 δρ. εἰς 12 μῆν. (1 ἔτος) τόκον 5 δρ.

$$1 \quad \gg \quad \gg \quad 12 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{5}{100}$$

$$800 \quad \gg \quad \gg \quad 12 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{5 \times 800}{100}$$

$$800 \quad \gg \quad \gg \quad 1 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{5 \times 800}{100 \times 12}$$

$$800 \quad \gg \quad \gg \quad 6 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{5 \times 800 \times 6}{100 \times 12}$$

$$\begin{array}{c} \text{Κ Χ Ε} \\ \hline 800 \times 6 \times 5 \\ \hline 1200 \end{array}$$

Λύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον):

Ἔχομεν ποσὰ ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$\begin{array}{c} \text{Κ Χ Ε} \\ X = \frac{5 \times 800 \times 6}{100 \times 12} = \frac{800 \times 6 \times 5}{1200} = 20 \end{array}$$

Λύσις γ' (μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου):

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εἰς μῆνας εἶναι:

$$T = \frac{\text{Κ} \times \text{Χ} \times \text{Ε}}{1200} \quad (\text{διατί});$$

$$\text{ὥστε } T = \frac{\text{Κ} \times \text{Χ} \times \text{Ε}}{1200} = 20$$

2) Ποία ἀπὸ τὰς παραπάνω τρεῖς λύσεις εἶναι ἡ πλέον σύντομος καὶ εὐκόλος;

3) Σύμφωνα μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου εἰς μῆνας,

λύσατε τὰ παρακάτω προβλήματα :

α) Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ εἰς 8 μῆνας πρὸς 6⁰/₁₀;

$$\text{Δύσις :} \quad \frac{600 \times 8 \times 6}{1200}$$

β) Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 800 δραχ. εἰς 2, 3, 5 καὶ 8 μῆνας πρὸς 6⁰/₁₀.

γ) Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 2000 δραχ. πρὸς 8⁰/₁₀ ἐπὶ 9 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν;

δ) Κατεθέσαμεν εἰς τὸ ταχυδρομικὸν ταμιευτήριον 2500 δραχ. πρὸς 4⁰/₁₀. Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 6 μῆνας;

ε) Κεφάλαιον 600 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 9⁰/₁₀ διὰ 4 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ;

ς) Εἰς τὴν Ἐθνικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 9000 δραχμὰς πρὸς 3¹/₂ ⁰/₁₀ διὰ 8 μῆνας. Πόσον τόκον θὰ λάβωμεν;

ζ) Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκίζόμενον πρὸς 10⁰/₁₀ εἰς 10 μῆνας;

η) Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 650 δραχμῶν πρὸς 8⁰/₁₀ εἰς 1, 3, 5, 6, 7, 9, 10 μῆνας.

θ) Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 1500 δραχμῶν πρὸς 6⁰/₁₀ εἰς 2, 4, 6, 8, 10, 12 μῆνας.

ι) Ἡ Τράπεζα Ἀθηνῶν δέχεται καταθέσεις πρὸς 4⁰/₁₀. Τί ποσὸν θὰ λάβωμεν εἰς 8 μῆνας, ἂν καταθέσωμεν 3000 δραχμὰς; Τί τόκον, ἂν καταθέσωμεν 7000 δραχμὰς διὰ 6 μῆνας

Γ) Ο ΤΟΚΟΣ ΕΙΣ ΗΜΕΡΑΣ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης :

1) Ἐάν 100 δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος (ἢ 360 ἡμέρας) φέρουν 8 δραχμᾶς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 180 ἡμέρας;

2) Πόσον τόκον φέρουν 100 δραχμαὶ πρὸς 12% εἰς 30 ἡμέρας; εἰς 15 ἡμέρας;

3) Πόσον τόκον φέρουν 300 δραχμαὶ πρὸς 8% εἰς 30 ἡμέρας; εἰς 15 ἡμέρας;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

Πόσον τόκον φέρουν 1000 δραχμαὶ εἰς 15 ἡμέρας πρὸς 12%;

Κατάταξις :

100	δρ.	εἰς	360	ἡμ.	(1 ἔτος)	τόκ.	12
1000	»	»	15	»		»	X

Δύσεις α' (μετὰ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὴν μονάδα):

100 δρ. εἰς 360 ἡμ. τόκον	12	δρχ.
1 » » 360 » »	$\frac{12}{100}$	»
1000 » 360 » »	$\frac{12 \times 1000}{100}$	»
1000 » » 1 » »	$\frac{12 \times 1000}{100 \times 360}$	»
1000 » » 15 » »	$\frac{12 \times 1000 \times 15}{100 \times 360}$	»

$$\frac{\text{Κ Χ Ε}}{36000} = 5 \text{ δρχ.}$$

Δύσις β' (μὲ τὴν σύνθετον μέθοδον):

* Ἐχομεν ποσὰ ἀνάλογα, ὥστε:

$$X = \frac{12 \times 1000}{100} \times \frac{15}{360} = \frac{12 \times 1000 \times 15}{100 \times 360}$$

$$\begin{aligned} & K \times X \times E \\ &= \frac{1000 \times 15 \times 12}{36000} = 5 \text{ δραχ.} \end{aligned}$$

Δύσις γ' (μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου):

Ὁ τύπος τοῦ τόκου εἶναι:

$$T = \frac{K \times X \times E}{36000}$$

$$\text{ὥστε } T = \frac{1000 \times 15 \times 12}{36000} = 5 \text{ δραχ.}$$

2) Λύσατε σύμφωνα μὲ τὸν τύπον τοῦ τόκου εἰς ἡμέρας τὰ ἑξῆς προβλήματα:

α') Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ εἰς 20 ἡμέρας πρὸς 6%.

$$\text{Δύσις: } \frac{600 \times 20 \times 6}{36000} = ;$$

β') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 800 δραχμῶν εἰς 10, 15, 20 καὶ 25 ἡμέρας πρὸς 7%.

γ') Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν τράπεζαν 20000 δραχμὰς πρὸς 8% διὰ 20 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ πληρώσωμεν;

δ') Καταθέσαμεν εἰς τὸ Ταμιευτήριο τῆς Ἐμπορικῆς Τραπεζῆς 30000 δραχμὰς πρὸς 4%. Τί τόκον θὰ λάβωμεν μετὰ 15 ἡμέρας;

ε') Κεφάλαιον 15000 δραχμῶν ἐτοκίσθη πρὸς 12% διὰ 25 ἡμέρας. Πόσον τόκον θὰ δώσῃ;

ς') Εἰς τὴν Ἐμπορικὴν Τράπεζαν κατεθέσαμεν 50000 δραχμὰς πρὸς 5% καὶ τὰς ἀπεσύραμεν μετὰ 18 ἡμέρας. Τί τόκον θὰ λάβωμεν;

ζ') Πόσον τόκον φέρει κεφάλαιον 13000 δραχμῶν τοκίζομενον πρὸς 10% εἰς 8, 10, 15, 20, 25 ἡμέρας;

η') Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τῶν 1800 δραχμῶν πρὸς 9% εἰς 3, 12, 17, 26 ἡμέρας.

Δ) Ο ΤΟΚΟΣ ΕΙΣ ΗΜΕΡΑΣ ΜΕ ΤΟΝ ΤΟΚΑΡΙΘΜΟΝ

1) Πόσον τόκον φέρουν 600 δραχμαὶ πρὸς 6% εἰς 50 ἡμέρας;

$$\text{Δύσις:} \quad \frac{600 \times 6 \times 50}{36000} = 5 \text{ δρχ.}$$

Σημείωσις: Ἐάν τοῦ ἄνω κλάσματος $\frac{600 \times 6 \times 50}{36000}$ διαιρέσωμεν καὶ τοὺς δύο ὄρους μὲ τὸ ἐπιτόκιον, θὰ ἔχωμεν $\frac{600 \times 50}{36000 : 6} = \frac{600 \times 50}{6000}$. Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος αὐτοῦ (600×50) εἶναι γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὰς ἡμέρας καὶ λέγεται **τοκάριθμος**. Ὁ παρονομαστὴς πάλιν (6000) εἶναι πηλίκον τοῦ 36000 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου (6) καὶ λέγεται **σταθερὸς διαιρέτης**.

Ὡστε, **διὰ νὰ εὑρωμεν τὸν τόκον εἰς ἡμέρας, διαιροῦμεν τὸν τοκάριθμον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.**

$$\left(T = \frac{\text{τοκάριθμος}}{\text{σταθερὸς διαιρέτης}} \right)$$

2) Νὰ εὑρητε μὲ τὸν τοκάριθμον τὸν τόκον:

α') 15000 δραχμῶν πρὸς 6% εἰς 20 ἡμέρας·

Λύσις:

$$\text{Τοκᾶριθμὸς: } 15000 \times 20 = 300000$$

$$\text{Σταθερὸς διαιρέτης: } 36000 : 6 = 6000$$

$$\text{Τόκος} = 300000 : 6000 = 50 \text{ δραχ.}$$

β') 20000 δραχ. πρὸς 4% εἰς 40 ἡμέρας.

γ') 30000 » » 6% » 25 »

δ') 40000 » » 5% » 15 »

ε') 45000 » » 8% » 50 »

ς') 50000 » » 9% » 45 »

ζ') 55000 » » 10% » 10 »

η') 15000 » » 12% » 65 »

θ') 32000 » » 9% » 38 »

ι') 43000 » » 8% » 42 »

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΟΚΟΥ

α') Ὁ τόκος εἰς ἔτη. Τύπος: $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{100}$

β') Ὁ » » μῆνας » $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{1200}$

γ') Ὁ » » ἡμέρας » $T = \frac{Κ. Χ. Ε.}{36000}$

δ') Ὁ » » ἡμέρας »
 με τὸν τοκᾶριθμὸν » $T = \frac{\text{Τοκᾶριθμὸς}}{\text{Σταθερὸς διαι-}} \\ \text{ρέτης}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΟΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ:

Α') Ο ΧΡΟΝΟΣ ΕΙΣ ΕΤΗ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης:

1) Ἐάν 100 δραχμαὶ πρὸς 6% φέρουν εἰς 1 ἔτος τόκον 6 δραχμᾶς, πόσαι δραχμαὶ εἰς 1 ἔτος θὰ φέρουν τόκον 18 δραχμᾶς;

2) Πόσαι δραχμαὶ τοκιζόμεναι πρὸς 8% θὰ φέρουν εἰς 1 ἔτος τόκον 16 δραχμᾶς; Πόσαι 24; Πόσαι 40; Πόσαι 80 δραχμᾶς;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς:

1) Ἐνας ἐδάνεισε χρήματα πρὸς 6%, καὶ παίρνει 60 δραχμᾶς τὸ ἔτος τόκον. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον ποὺ ἐδάνεισεν;

Κατάταξις:

100 δραχ.	1	»	1	»	»	6	»	60	»
X									

$$\text{Λύσις: } X = 100 \times \frac{1}{1} \times \frac{60}{6} = \frac{100 \times 60}{6} = ;$$

2) Ἐνας ἐδάνεισε κεφάλαιον μὲ 8% καὶ ἔπειτα ἀπὸ 2 ἔτη ἔλαβε τὸν τόκον 120 δραχμᾶς. Πόσον εἶναι τὸ κεφάλαιον;

Κατάταξις:

100 δραχ.	1	»	2	»	»	8	»	120	»
X									

Λύσις α' (μὲ τὴν μέθοδον):

Τὰ ποσὰ κεφάλαιον καὶ τόκος εἶναι ποσὰ ἀνά-

λογα, ἀλλὰ κεφάλαιον καὶ χρόνος εἶναι ἀντίστροφα.
Ἵστε

$$X = 100 \frac{1}{2} \times \frac{120}{8} = \frac{100 \times 120}{2 \times 8} = \frac{120 \times 100}{2 \times 8} = ;$$

Δύσις β' (μετὰ τὸν τύπον τοῦ Κεφαλαίου):

$$\text{Ὁ τύπος τοῦ κεφαλαίου εἶναι: } K = \frac{T \times 100}{X \times E}$$

Ἐὰν λύσωμεν τὸ πρόβλημα μετὰ τὸν τύπον αὐτόν,

$$\text{ἔχομεν: } K = \frac{T}{\frac{120 \times 100}{X \times E}} = ;$$

3) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 8% δίδει 60 δραχμὰς τὸ ἔτος τόκον;

4) Ποῖον κεφάλαιον τοκίζομενον πρὸς 9% δίδει εἰς 3 ἔτη τόκον 45 δραχμὰς;

5) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 5 ἔτη πρὸς 8% φέρει τόκον 300 δραχμὰς;

6) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 10 ἔτη πρὸς 10% φέρει τόκον 320 δραχμὰς;

7) Ἐνας ἐδανείσθη πρὸς 7% διὰ 5 ἔτη καὶ ἐπλήρωσεν εἰς αὐτὰ τὰ ἔτη 1856 δραχμὰς. Πόσας δραχμὰς ἐδανείσθη;

8) Ἐνας ἔλαβεν ἀπὸ τὴν τράπεζαν δραχ. 3500 ἀπὸ τόκους τῶν καταθέσεών του διὰ 3 ἔτη. Πόσαι εἶναι αἱ καταθέσεις του

Β' Ο ΧΡΟΝΟΣ ΕΙΣ ΜΗΝΑΣ

1) Ποῖον κεφάλαιον, τοκιζόμενον πρὸς 5%, φέρει τόκον 40 δραχμὰς εἰς 6 μῆνας;

Κατάταξις:
$$\begin{array}{r} 100 \text{ δρ. } 12 \text{ μῆν. (1 \text{ \textit{έτος)}} \text{ τόκ. } 5 \text{ δρ.} \\ X \text{ \textit{»}} 6 \text{ \textit{»}} \text{ \textit{»}} 40 \text{ \textit{»}} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Δύσις α' } X &= 100 \times \frac{12}{6} \times \frac{40}{5} = \frac{100 \times 12 \times 40}{6 \times 5} = \\ & \frac{1200 \times 40}{6 \times 5} = \frac{40 \times 1200}{6 \times 5} = ; \\ & \quad \quad \quad \begin{array}{c} \Gamma \\ X \quad E \end{array} \end{aligned}$$

2) Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον πρὸς 10%, φέρει τόκον 60 δραχμὰς εἰς 8 μῆνας;

Κατάταξις:
$$\begin{array}{r} 100 \text{ δρ. } 12 \text{ μῆνες τόκον } 10 \\ X \text{ \textit{»}} 8 \text{ \textit{»}} \text{ \textit{»}} 60 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Δύσις α' } X &= 100 \times \frac{12}{8} \times \frac{60}{10} = \frac{100 \times 12 \times 60}{8 \times 10} = \\ & \frac{1200 \times 60}{8 \times 10} = \frac{60 \times 1200}{8 \times 10} = ; \\ & \quad \quad \quad \begin{array}{c} \Gamma \\ X \quad E \end{array} \end{aligned}$$

Δύσις β' (μετὰ τὸν τύπον τοῦ Κεφαλαίου):

Ὁ τύπος τοῦ Κεφαλαίου, ὅταν ὁ Χρόνος εἶναι μῆνες, εἶναι: $K = \frac{\Gamma \times 1200}{X \times E}$, ἐπομένως:

$$K = \frac{\Gamma}{X \quad E} \frac{60 \times 1200}{8 \times 10} = ;$$

Ὁ τύπος τοῦ κεφαλαίου, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι, εἶναι :

$$K = \frac{T.36.000}{X.E} = ;$$

Ἐπομένως :

$$K = \frac{T}{10 \times 36.000} \frac{15 \times 8}{X E}$$

2) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 40 ἡμέρας πρὸς 8⁰/₁₀₀ φέρει τόκον 60 δραχμᾶς;

3) Ποῖον κεφάλαιον τοκισόμενον πρὸς 10⁰/₁₀₀ φέρει τόκον 30 δραχμᾶς εἰς 20 ἡμέρας; Ποῖον εἰς 10 ἡμέρας; Ποῖον εἰς 25 ἡμέρας; Ποῖον εἰς 65 ἡμέρας; Ποῖον εἰς 45;

4) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 3 μῆνας καὶ 12 ἡμέρας τοκισόμενον πρὸς 9⁰/₁₀₀, φέρει τόκον 125 δραχμᾶς;

5) Ἐνας ἀπέσυρεν ἀπὸ μίαν Τράπεζαν τὰς καταθέσεις του, αἱ ὁποῖαι ἐτοκίζοντο πρὸς 6⁰/₁₀₀, εἰς 45 ἡμέρας, καὶ ἔλαβε τόκον 80 δραχμᾶς. Πόσα χρήματα εἶχε καταθέσει;

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

ΕΥΡΕΣΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

α') Ὁ χρόνος ἔτη—τύπος $K = \frac{T.100}{X.E}$

β') Ὁ » μῆνες— » $K = \frac{T.1200}{X.E}$

$$\gamma) \text{ Ο χρόνος ἡμέραι—τύπος } K = \frac{\Gamma.36000}{\chi.Ε.}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΕΙΤΑΙ
ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΝ

Α') Ο ΧΡΟΝΟΣ ΕΙΣ ΕΤΗ

Προβλήματα λυόμενα ἀπὸ μνήμης :

1) Ἐάν 400 δραχμαὶ φέρουν τόκον εἰς 2 ἔτη 80 δραχμάς, πόσον θὰ φέρουν εἰς 1 ἔτος; Ἐάν ἦσαν 100 δραχμαί, πόσον θὰ ἔφερον εἰς 1 ἔτος:

2) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν:

α) 300 δραχμαί, καὶ εἰς 1 ἔτος ἔφεραν τόκον 30 δραχμάς;

β) 500 δραχμαί, καὶ εἰς 1 ἔτος ἔφεραν τόκον 28 δραχμάς;

3) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 100 δραχμαί, καὶ ἔφεραν εἰς 2 ἔτη τόκον 30 δραχμάς; Εἰς 4 ἔτη, 36 δραχμάς; Εἰς 5 ἔτη, 40 δραχμάς;

Προβλήματα λυόμενα γραπτῶς :

1) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν τοκίζονται 600 δραχμαί, καὶ εἰς 3 ἔτη φέρουν τόκον 180 δραχμάς;

Κατάταξις :	600	δρ.	3	ἔτη	τόκον	180	δρχ.
	100	»	1	»	»	X	»

Λύσις α' (μὲ τὴν τὴν μέθοδον):

$$X = 100 \times \frac{100}{600} \times \frac{1}{3} = \frac{180 \times 100 \times 1}{600 \times 3} = \frac{180 \times 100}{600 \times 3} = \frac{\Gamma}{\text{Κ} \times \text{Χ}}$$

Λύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου):

Ὁ τύπος τοῦ Ἐπιτοκίου, ὅταν ὁ Χρόνος εἶναι εἰς ἔτη, εἶναι: $E = \frac{\Gamma \cdot 100}{\text{Κ} \cdot \text{Χ}}$

Λόοντες τὸ πρόβλημα μὲ τὸν ἄνω τύπον ἔχομεν πάλιν: $E = \frac{180 \times 100}{600 \times 3} =$;

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 700 δραχμαί, καὶ εἰς 2 ἔτη ἔφεραν τόκον 70 δραχμάς;

Λύσις (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου): $E = \frac{\Gamma \cdot 100}{\text{Κ} \cdot \text{Χ}}$

$$E = \frac{70 \times 100}{700 \times 2} =$$

3) Νὰ εὑρεθῇ μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν;

α')	500	δρ.	εἰς	1	ἔτος	καὶ	ἔφεραν	τόκον	50	δρ.
β')	300	»	»	2	ἔτη	»	»	»	120	»
γ')	600	»	»	3	»	»	»	»	90	»
δ')	700	»	»	4	»	»	»	»	100	»
ε')	800	»	»	5	»	»	»	»	120	»
στ')	1000	»	»	6	»	»	»	»	200	»
ζ')	1500	»	»	3	»	»	»	»	125	»
η')	2000	»	»	4	»	»	»	»	350	»

4) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν πρέπει νὰ τοκισθῶν 400 δραχμαί διὰ νὰ διπλασιασθῶν εἰς 8 ἔτη;

5) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν πρέπει νὰ τοκισθοῦν 500 δραχμαὶ διὰ νὰ τριπλασιασθοῦν εἰς 16 ἔτη;

6) Ἐνας ἐτόκισε 3000 δραχμάς διὰ 2 ἔτη καὶ ἔλαβεν ὡς τόκον 120 δραχμάς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτόκισε τὰ χρήματά του;

7) Ἐδανείσθημεν ἀπὸ μίαν Τράπεζαν 700 δραχ. καὶ ἐπληρώσαμεν διὰ 2 ἔτη 300 δραχμάς. Πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐδανείσθημεν;

Β) Ο ΧΡΟΝΟΣ ΕΙΣ ΜΗΝΑΣ

1) Μὲ πόσον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθησαν 300 δραχμαὶ καὶ εἰς 6 μῆνας ἔφεραν τόκον 9 δραχμάς;

Κατάταξις:

300 δραχ.	6 μῆνας	9 δραχ.	τόκος
100	» 12	» X	»

Δύσις α' (μὲ τὴν μέθοδον):

$$X = 9 \times \frac{100}{300} \times \frac{12}{6} = \frac{9 \times 1 \times 1200}{300 \times 6} = \frac{9 \times 1200}{300 \times 6} = \frac{K}{X};$$

Δύσις β' (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου).

Ὁ τύπος τοῦ ἐπιτοκίου, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι εἰς μῆνας, εἶναι:

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X}.$$

Λύοντες τὸ πρόβλημα μὲ τὸν ἄνω τύπον ἔχομεν:

$$E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X} = \frac{9 \times 1200}{300 \times 6} = \frac{K}{X};$$

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 600 δραχμαὶ καὶ εἰς 8 μῆνας ἔφεραν τόκον 30 δραχμῶν;

Δύσις: (μὲ τὸν τύπον ἐπιτοκίου): $E = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot X}$

$$E = \frac{30 \times 1200}{600 \times 8} = ;$$

3) Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσον τὰ ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν:

α')	500	δρ.	καὶ	ἔφεραν	εἰς	6	μῆνας	τόκον	30	δρ.
β')	400	»	»	»	»	4	»	»	20	»
γ')	600	»	»	»	»	5	»	»	40	»
δ')	700	»	»	»	»	3	»	»	30	»
ε')	300	»	»	»	»	7	»	»	35	»
ς')	800	»	»	»	»	8	»	»	50	»
ζ')	1000	»	»	»	»	10	»	»	80	»

Γ) Ο ΧΡΟΝΟΣ ΕΙΣ ΗΜΕΡΑΣ

1) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 1200 δραχ. καὶ εἰς 15 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 5 δραχμῶν;

Κατάταξις: $\frac{1200 \text{ δραχ. εἰς } 15 \text{ ἡμέρας } 5 \text{ δραχ. τόκον}}{100 \text{ » » } 360 \text{ » } X \text{ » »}}$

Δύσις: (μὲ τὴν μέθοδον).

$$X = 5 \times \frac{100}{1200} \times \frac{360}{15} = \frac{5 \times 100 \times 360}{1200 \times 15}$$

$$= \frac{5 \times 36000}{1200 \times 15} = ;$$

Δύσεις : (μὲ τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου).

Ὁ τύπος τοῦ ἐπιτοκίου, ὅταν ὁ χρόνος εἶναι ἡμέραι, εἶναι :

$$E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X}$$

Λύοντες μὲ τὸν ἄνω τύπον τὸ πρόβλημα, ἔχομεν :

$$E = \frac{T}{\frac{5 \times 36000}{K \cdot X}} = ;$$

2) Μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν 50 δραχμαὶ καὶ εἰς 70 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 10 δραχμάς ;

Δύσεις : (μὲ τὸν τύπον ἐπιτοκίου : $E = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot X}$)

$$E = \frac{T}{\frac{10 \times 36000}{K \cdot X}}$$

3) Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτοκίσθησαν :

α')	500	δρ.	καὶ	εἰς	18	ἡμέρ.	ἔφεραν	τόκον	8	δρ.
β')	400	»	»	»	20	»	»	»	9	»
γ')	300	»	»	»	22	»	»	»	30	»
δ')	400	»	»	»	18	»	»	»	25	»
ε')	500	»	»	»	20	»	»	»	115	»

Κατάταξις:

100 δρ. εἰς 1 ἔτος ἢ (12 μῆν. ἢ 360 ἡμ.) ἔχουν τόκ. 5 δρ.
 800 » » X » » » » » » 20 »

Ἡ λύσις γίνεται ὁπως καὶ εἰς τὰ προηγουμένα. Τὰ ποσὰ ἐδῶ τοῦ κεφαλαίου καὶ χρόνου εἶναι ἀντίστροφα, τοῦ τόκου καὶ χρόνου ἀνάλογα, ὥστε :

$$X = 1 \left(\begin{matrix} \text{ἢ} & 12, & \text{ἢ} & 360 \end{matrix} \right) \times \frac{\begin{matrix} \text{Τ} \\ 100 \times 20 \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{Κ} & \text{Ε} \\ 800 \times 5 \end{matrix}} =$$

$$\frac{\text{Τ. } 100}{\text{Κ. Ε.}} \text{ (τύπος χρόνου εἰς ἔτη).}$$

ἢ $X = \frac{\text{Τ. } 100 \times 12}{\text{Κ. Ε.}}$ ἢ $\frac{\text{Τ. } 1200}{\text{Κ. Ε.}}$ (τύπος χρόνου εἰς μῆνας).

ἢ $X = \frac{\text{Τ. } 100 \times 360}{\text{Κ. Ε.}}$ ἢ $\frac{\text{Τ. } 36000}{\text{Κ. Ε.}}$ (τύπος χρόνου εἰς ἡμέρας).

2) Εἰς πόσον χρόνον 500 δραχ. πρὸς 6% φέρουν τόκον 20 δραχμάς;

3) Εἰς πόσον χρόνον 5000 δραχ. πρὸς 5% φέρουν τόκον 15 δραχμάς;

4) Πόσον καιρὸν εἶναι τοκισμένα;

α') 6000 δρχ. πρὸς 5% καὶ φέρουν τόκον 420 δρχ.;

β') 5000 » » 9% » » » 600 » ;

γ') 4000 » » 7% » » » 280 » ;

δ') 3000 » » 8% » » » 220 » ;

5) Ἐνας ἔμπορος ἐτόκισε 13000 δραχμάς πρὸς 5%. Ἐντὸς ὀλίγου ἔλαβε, κεφάλαιον καὶ τόκον μαζί, 16000 δραχμάς. Πόσον καιρὸν ἦσαν τοκισμένα τὰ κεφάλαιά του;

6) Ένας βοσκός έπώλησε 48 πρόβατα πρὸς 75 δραχ. τὸ ἔν. Τὰ χρήματα πού ἔλαβεν ἐτόκισεν πρὸς 7% καὶ ἔλαβε μετὰ τινα χρόνον τόκον 395 δραχμάς. Μετὰ πόσον χρόνον ἔλαβε τὸν τόκον αὐτόν;

7) Εἰς πόσον χρόνον

α')	900	δρ.	πρὸς	6%	ἔγιναν	μαζὶ	μὲ	τὸν	τόκον	1000	δρ.;
β')	800	»	»	5%	»	»	»	»	»	950	»;
γ')	1500	»	»	7%	»	»	»	»	»	1800	»;
δ')	600	»	»	10%	»	»	»	»	»	900	»;
ε')	2000	»	»	9%	»	»	»	»	»	3000	»;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

1) Κάποιος κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 1000 δραχ. πρὸς 5^ο. Τὸν τόκον ὅμως τοῦ πρώτου ἔτους δὲν τὸν ἔλαβεν, ἀλλὰ τὸν προσέθεσεν εἰς τὸ κεφάλαιον. Τὸ νέον αὐτὸ ποσὸν (ἀρχικὸν κεφάλαιον καὶ τόκος μαζὶ) ἀφῆκεν εἰς τὴν Τράπεζαν μὲ τὸ ἴδιον ἐπιτόκιον δι' ἓν ἀκόμη ἔτος. Οὕτως ὁ τόκος θὰ φέρῃ νέον τόκον (τοῦτο λέγεται ἀνατοκισμός). Πόσα θὰ λάβῃ ἐν ὄλῳ εἰς τὸ τέλος τοῦ ἔτους;

Λύσις :

Ἀρχικὸν κεφάλαιον καταθέσεων	δραχμαὶ	10000
Ὁ τόκος δι' ἓν ἔτος πρὸς 5%	»	500
<hr/>		
Νέον κεφάλαιον διὰ τὸ δεύτερον ἔτος δραχμ.		10500
Ὁ τόκος του δι' ἓν ἔτος πρὸς 5%	»	525
<hr/>		
Ἔλαβεν εἰς τὸ τέλος τοῦ β' ἔτους	»	11025

2) Ένας κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν δραχ-

μὰς 15000 μὲ ἀνατοκισμὸν 8^ο/. Πόσα θὰ λάβῃ α') μετὰ τρία ἔτη; β') μετὰ 5 ἔτη;

3) Ἐνας κατέθεσεν εἰς μίαν Τράπεζαν 20000 δραχ. μὲ ἀνατοκισμὸν 4^ο/. Πόσα θὰ λάβῃ μετὰ 5 ἔτη; Πόσα θὰ ἐλάμβανε μὲ ἀπλοῦν τόκον;

4) 30000 δραχμαὶ ἀνατοκίζονται κατὰ ἐξάμηνον πρὸς 7^ο/. Πόσα θὰ γίνουν μετὰ 3 ἔτη;

5) Ὁ πληθυσμὸς μιᾶς πόλεως εἶναι σήμερον 30000 κάτοικοι. Αὐξάνει δὲ κατ' ἔτος κατὰ 2^ο/. Πόσοι θὰ εἶναι μετὰ 3 ἔτη;

5. ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

Ἐκεῖνοι ποὺ δανεῖζουσι χρήματα καὶ οἱ ἔμποροι ποὺ πωλοῦσι ἐμπορεύματα, διὰ ν' ἀσφαλίσουσι τὰ χρήματά των, παίρνουσι ἀπὸ τὸν δανειζόμενον μίαν ἀπόδειξιν γραμμένην εἰς χαρτὶ μὲ χαρτόσημον, ἢ ὁποῖα ἀναφέρει: α') Τὸ ποσὸν ποὺ ὀφείλει νὰ πληρώσῃ ὁ δανεισθεὶς εἰς τὸν δανείσαντα. β') Τὴν ἡμέραν ποὺ πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ ποσὸν τῆς ἀποδείξεως.

Ἡ ἀπόδειξις αὕτη λέγεται **γραμμάτιον**. Τὸ ἀναγραφόμενον χρέος λέγεται **ὀνομαστικὴ ἀξία**. Ἡ ἡμέρα κατὰ τὴν ὁποῖαν πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ χρέος λέγεται **ἡμέρα λήξεως** τοῦ γραμματίου. Ἐάν π.χ. ὁ ἔμπορος Γ. Πέτρου ἔδωκεν ἐμπορεύματα ἀξίας 2000 δραχμῶν εἰς τὸν Ν. Κωνσταντίνου, καὶ ὁ δεύτερος δὲν ἔχη νὰ τὰ πληρώσῃ ἀμέσως, ἀλλὰ μετὰ 1 ἔτος, τότε ὁ ἔμπορος θὰ λογαριάσῃ τὸν τόκον τῶν 2000 εἰς 1 ἔτος μὲ τὸ ἐπιτόκιον ποὺ θὰ συμφωνήσουσι.

(8 % π.χ.), και θα συντάξω ένα γραμματίον πού οφειλέτης θα τὸ υπογράψω. Τὸ γραμματίον θα γράφῃ τὰ ἑξῆς:

Διὰ δραχμὰς 2.160

Μετὰ ἕν ἔτος ἀπὸ σήμερον ὑπόσχομαι καὶ ὑποχρεοῦμαι νὰ πληρώσω εἰς τὸν κ. Γ Πέτρου ἢ εἰς διαταγὴν του δύο χιλιάδας ἑκατὸν ἐξήκοντα δραχμὰς, τὰς ὁποίας ἔλαβον παρ' αὐτοῦ εἰς ἔμπορεύματα.

Ἐν Ἀθήναις τῇ 1 Μαρτίου 1936.

(ὑπογραφή) *Γ. Κωνσταντίνου*

Εἰς τὸ γραμματίον αὐτὸ *ὀνομαστικὴ ἀξία* εἶναι αἱ 2.160 δραχμαί, καὶ ἡ *ἡμέρα λήξεως* εἶναι ἡ 1 Μαρτίου 1937.

Σύμφωνα μὲ τὸ γραμματίον αὐτὸ ὁ ἔμπορος Γ. Πέτρου θα λάβῃ τὰ χρήματά του τὴν 1 Μαρτίου 1937. Ἐὰν ὅμως τοῦ χρειασθοῦν τὰ χρήματα προτύτερα, τότε ἔμπορεῖ νὰ πωλήσῃ τὸ γραμματίον εἰς ἄλλον. Δὲν θα λάβῃ ὅμως τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ γραμματίου, δηλ. τὰς 2.160 δραχμὰς. Καὶ τοῦτο, διότι ἐκεῖνος πού θα ἀγοράσῃ τὸ γραμματίον θα θέλῃ βέβαια καὶ αὐτὸς νὰ κερδίσῃ ἀπὸ τὴν ἀγορὰν αὐτήν.

Θὰ τοῦ δώσῃ λοιπὸν ὄχι ὅλα τὰ χρήματα τοῦ γραμματίου, ἀλλ' ὅσα πρέπει νὰ λάβῃ ἕως τὴν ἡμέραν πού πωλεῖ ἢ προεξοφλεῖ τὸ γραμματίον. Ἐὰν π.χ. πωλήσῃ τὸ γραμματίον 6 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του, τότε ὁ ἀγοραστὴς θα τοῦ κρατήσῃ τὸν τόκον τῶν 6 μηνῶν καὶ θα τοῦ δώσῃ τὸ ὑπόλοιπον. Ὁ τόκος αὐτὸς πού ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν

τοῦ γραμματίου λέγεται **ὑφαίρεισις** (ἢ σκόντο). Τὸ ποσὸν ποὺ θὰ λάβῃ ὁ ἔμπορος ποὺ πωλεῖ τὸ γραμματίον μετὰ τὴν ἀφαίρεισιν τῆς ὑφαίρεισεως λέγεται **παροῦσα ἢ πραγματικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου**.

Προβλήματα.

1) Ἐμπορος προεξόφλησε γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 500 δραχμῶν 2 ἔτη πρὸ τῆς λήξεως του πρὸς 6^ο/₁₀₀. Πόση εἶναι ἡ ὑφαίρεισις καὶ ποία ἡ πραγματικὴ ἀξία;

Δύσις: Ἐπειδὴ μᾶς ζητεῖται ἡ ὑφαίρεισις, δηλ. ὁ τόκος τῶν 500 δραχμῶν εἰς 2 ἔτη, ποὺ θὰ κρατηθῇ κατὰ τὴν πληρωμὴν τοῦ γραμματίου, τὸ πρόβλημα ὁμοιάζει μὲ πρόβλημα ὅπου μᾶς ζητεῖται ὁ τόκος εἰς ἔτη. Σύμφωνα μετὰ τὰ γνωστά μας, θὰ πολλαπλασιάσωμεν τὰ τρία δεδομένα ποσὰ καὶ θὰ διαιρέσωμεν μὲ τὸ 100.

$$Y = \frac{500 \times 2 \times 6}{100} = 60$$

60 δρ. ἡ ὑφαίρεισις. Ἡ παροῦσα πραγματικὴ ἀξία θὰ εἶναι $500 - 60 = 440$ δραχμαί.

2) Πόση εἶναι ἡ ὑφαίρεισις καὶ πόση ἡ πραγματικὴ ἀξία ἢ παροῦσα ἀξία τῶν ἐξῆς γραμματίων;

α') 5000 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 7^ο/₁₀₀.

β') 3060 δρ. ποὺ ἐξαργυρώνεται 2 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 12^ο/₁₀₀.

γ') δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος καὶ 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 10^ο/₁₀₀.

δ') 1000 δρ., ποὺ ἐξαργυρώνεται 1 ἔτος καὶ 5 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 8^ο/₁₀₀.

ε') 1000 δραχ. πού εξαργυρώνεται 45 ημέρας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 10%.

3) Ἐνας ἠγόρασε σπίτι ἀντὶ 50.000 δραχ. καὶ θὰ τὸ πληρώσῃ μετὰ 2 ἔτη. Ἄν τὸ πληρώσῃ ἀμέσως, θὰ τοῦ κάμουν ἔκπτωσιν 3%. Πόσον θὰ κερδίσῃ καὶ πόσον θὰ πληρώσῃ;

4) Ἔχομεν δύο γραμμάτια. Τὸ ἐν 440 δρ. καὶ τὸ ἄλλο 500 δρ. Τὸ πρῶτον λήγει μετὰ 5 μῆνας καὶ τὸ δεύτερον μετὰ 4, εξαργυρώνονται δὲ μὲ 4%. Ποῖον ἐκ τῶν δύο ἀξίζει σήμερον περισσότερον;

5) Γραμμάτιον 6000 εξαργυρώνεται εἰς 3 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ ὑφαίρεσιν 30 δρ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἔγινεν ἡ εξαργύρωσις;

6) Ἀπὸ γραμμάτιον, πού ἤθελεν 6 μῆνας νὰ λήξῃ, μὲ ἐπιτόκιον 8%, ἔγινε κράτησις 40 δραχμῶν. Πόσον ἦτο τὸ ποσὸν τοῦ γραμματίου;

7) Πόσον χρόνον θέλει νὰ λήξῃ γραμμάτιον 950 δραχμῶν, πού εξαργυρώνεται πρὸς 6% μὲ ὑφαίρεσιν 48 δραχμῶν;

8) Γραμμάτιον 8000 δρ. ἐξοφλεῖται 9 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως καὶ γίνεται ὀλικὴ ὑφαίρεσις 600 δραχμῶν. Πόσον τοῖς ἑκατὸν γίνεται ὑφαίρεσις;

9) Γραμμάτιον 90 δραχ. ἐξοφλεῖται πρὸ τῆς λήξεως μὲ 6% καὶ γίνεται ὀλικὴ ὑφαίρεσις 45 δραχμῶν. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεώς του ἐξωφλήθη τὸ γραμμάτιον;

10) Γραμμάτιον ἐξωφλήθη 8 μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του μὲ 7%. Ἡ ὀλικὴ ὑφαίρεσις τοῦ γραμματίου ἦτο 49 δραχμαί. Πόσων δραχμῶν ἦτο τὸ γραμμάτιον;

6. ΜΕΡΙΣΜΟΣ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ ΕΙΣ ΜΕΡΗ ΑΝΑΛΟΓΑ

1) Νὰ μοιρασθοῦν 20 πορτοκάλια εἰς 3 παιδιὰ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 2, 3, 5.

Δύσις: Ὅταν θὰ πάρῃ τὸ α' 2, τὸ β' 3 καὶ τὸ γ' 5. θὰ πάρουν ὅλα μαζὶ 10 ($2 + 3 + 5 = 10$).

α' Παιδί:	Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια τὸ α' παίρνει	2
	» » 20 » » » »	X

β' Παιδί:	Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια παίρνει	3
	» » 20 » »	X

γ' Παιδί:	Εἰς τὰ 10 πορτοκάλια παίρνει	5
	» » 20 » »	X

Τὰ ποσὰ εἶναι ἀνάλογα, ἐπομένως:

$$\alpha' \text{ Παιδί } X = 2 \times \frac{20}{10} = 4$$

$$\beta' \text{ Παιδί } X = 3 \times \frac{20}{10} = 6$$

$$\gamma' \text{ Παιδί } X = 5 \times \frac{20}{10} = 10$$

Τὸ ὅλον πορτοκάλια 20

2) Τρεῖς βρῦσεις ἐγέμισαν μίαν δεξαμενὴν χωρητικότητος 800 ὀκάδων εἰς 6 ὥρας. Ἡ μία ἔτρεχε 1 ὥραν, ἡ ἄλλη 2 ὥρας καὶ ἡ 3 ὥρας. Πόσον νερὸ ἔτρεξεν ἀπὸ τὴν κάθε μίαν;

Δύσις: Θὰ μοιράσωμεν τὸν μεριστέον ἀριθμὸν 800 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 1, 2, 3.

$$1 + 2 + 3 = 6$$

Σύμφωνα μὲ τὰ προηγούμενα θὰ ἔχωμεν :

$$\alpha' \text{ βρύσις : } \frac{800 \times 1}{6} = 133 \frac{1}{3} \text{ ὀκ.}$$

$$\beta' \text{ βρύσις : } \frac{800 \times 2}{6} = 266 \frac{2}{3} \text{ ὀκ.}$$

$$\gamma' \text{ βρύσις : } \frac{800 \times 3}{6} = 400 \text{ ὀκ.}$$

$$799 \frac{3}{3} = 800 \text{ ὀκ.}$$

3) Δύο ἐργάτριαι ἐτελείωσαν ἀπὸ κοινοῦ μίαν ἐργασίαν καὶ ἔλαβον 540 δραχμάς. Ἡ μία ὁμοῦς ἔκαμε 5 ἡμερομίσθια καὶ ἡ ἄλλη 4. Πόσα θὰ λάβῃ ἑκάστη;

4) Δύο ἄνθρωποι ἠγόρασαν ἓνα χωράφι 500 τετραγωνικῶν μέτρων ἀντὶ 12.000 δραχμῶν. Ὁ εἰς ἔδωσε 4.000 δραχμάς καὶ ὁ ἄλλος 8.000. Πόσα τετραγωνικὰ μέτρα θὰ λάβῃ ἕκαστος;

5) Νὰ μοιρασθῇ ὁ ἀριθμὸς 300 εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν 3, 5 καὶ 7.

6) Εἰς ἓν μικτὸν σχολεῖον φοιτοῦν 300 παιδιὰ. Τὰ ἀγόρια εἶναι τριπλάσια τῶν κοριτσιῶν. Πόσα εἶναι τὰ ἀγόρια καὶ πόσα τὰ κορίτσια;

7) Τρεῖς οἰκογένειαι συγκατοικοῦν εἰς μίαν οἰκίαν καὶ πληρώνουν ἐνοίκιον 1000 δραχμάς ἀνάλογα μὲ τὰ μέλη τῆς οἰκογενείας των. Ἡ α' οἰκογένεια ἀποτελεῖται ἀπὸ 3 μέλη, ἡ β' ἀπὸ 4 καὶ ἡ γ' ἀπὸ 7. Πόσον ἐνοίκιον θὰ πληρώσῃ κάθε οἰκογένεια;

8) Δύο ἐργάται ἔσκαψαν ἓνα ἀμπέλι καὶ ἔλα-

βαν 1600 δραχμάς. Ὁ πρῶτος εἰργάσθη 12 ἡμέρας καὶ ὁ δεύτερος 8. Πόσας δραχμάς θὰ λάβῃ ἕκαστος;

9) Ἀπὸ μίαν θεατρικὴν ἐπιχείρησιν πού ἀφῆκε κέρδη 30000 δραχμάς, ἔλαβεν ὁ πρῶτος ἡθοποιὸς 4 μερίδια, ὁ δεύτερος 3 καὶ ὁ τρίτος 2. Πόσας δραχμάς ἔλαβεν ἕκαστος :

10) Δύο βοσκοὶ ἐνοικίασαν ἓν λιβάδιον ἀντὶ 5000 δραχμῶν. Ὁ ἓνας ἐβόσκησεν 60 πρόβατα καὶ ὁ ἄλλος 40. Πόσα θὰ πληρώσῃ ἕκαστος ;

7. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Α') ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΔΙΑΦΟΡΑ

1) Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν διὰ μίαν ἐπιχείρησιν, ὁ α' 2 χιλιάδας δραχμάς, ὁ β' 4 χιλιάδας καὶ ὁ γ' 6 χιλιάδας. Εἰς τὸ τέλος τῆς ἐπιχειρήσεως ἐκέρδισαν 24 χιλιάδας δραχμάς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ἕκαστος ;

Λύσις :

Οἱ τρεῖς ἔμποροι δὲν κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσὸν εἰς τὴν ἐπιχείρησιν, ἐπομένως καὶ τὸ κέρδος δὲ θὰ εἶναι ἴσον. Τὸ κέρδος πρέπει νὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα μὲ τὰ ποσά, πού κατέθεσαν ὁ καθένας. Τὸ πρόβλημα ἐπομένως εἶναι πρόβλημα Μερισμοῦ, καὶ τὸ κέρδος τῶν 24000 δραχμῶν θὰ μοιρασθῇ ἀνάλογα μὲ τοὺς ἀριθμοὺς 2000, 4000 καὶ 6000.

$$2000 + 4000 + 6000 = 12000$$

Ἐπομένως :

$$\text{κέρδος τοῦ α' } \frac{24000 \times 2000}{12000} = 4000$$

$$\text{κέρδος τοῦ β' } \frac{24000 \times 4000}{12000} = 8000$$

$$\text{κέρδος τοῦ γ' } \frac{24000 \times 6000}{12000} = 12000$$

$$\text{Ὅλικόν κέρδος} \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 24000$$

2) Τρεῖς ἔμποροι ἔκαμαν μίαν ἐπιχείρησιν. Ὁ πρῶτος κατέβαλε 4000 δραχ., ὁ δεύτερος 6000 καὶ ὁ τρίτος 8000. Εἰς τὸ τέλος ἐξημιώθησαν 10000 δραχμάς. Πόση ζημία ἀναλογεῖ εἰς τὸν καθένα;

3) Δύο ἔμποροι συνεταιρίσθησαν καὶ κατέβαλον ὁ πρῶτος 10000 δραχ., ὁ δεύτερος 15000. Εἰς τὸ τέλος ἐκέρδισαν 2000 δραχμάς. Πόσον κέρδος θὰ λάβῃ ἕκαστος;

4) Τρεῖς συνεταιῖροι ἐπώλησαν 4000 ὀκάδες λάδι πρὸς 25 δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθένας, ὅταν ὁ πρῶτος ἔχει καταθέσει κεφάλαια 800 δραχμῶν, ὁ δεύτερος 1500 καὶ ὁ τρίτος 1000;

5) Δύο βοσκοὶ εἶχον μαζὶ τὰ πρόβατά των. Ὁ ἓνας ἔχει 250 πρόβατα καὶ ὁ ἄλλος 348. Ἐπώλησαν 120 ὀκάδες μαλλὶ πρὸς 30 δραχ. τὴν ὀκᾶν καὶ 200 ὀκάδες τυρὶ πρὸς 45 δραχ. τὴν ὀκᾶν. Πόσα χρήματα θὰ λάβῃ ἕκαστος;

Βῆ ΧΡΟΝΟΣ ΔΙΑΦΟΡΟΣ

1) Τρεῖς ἔμποροι κατέθεσαν τὸ αὐτὸ ποσὸν ἕκαστος εἰς μίαν ἐπιχείρησιν. Εἰς τὴν ἐπιχείρησιν ὅμως ἔμειναν 3 ἔτη τὰ χρήματα τοῦ πρώτου, 2 ἔτη τοῦ δευ-

Λιευδάκι - Ἀλοῖζου, Ἀριθμ. προβλήματα 5' τάξ. ἐκδ. Β' 1939 4